

**LAPORAN PENELITIAN
TAHUN ANGGARAN 2024**

**ANALISIS DINAMIK DENGAN KONTROL OPTIMAL MODEL SUSCEPTIBLE,
EXPOSE, LOW- HEIGHT ADDICTION, RECOVERY, AND QUIT
PADA KECANDUAN MEDIA SOSIAL**

Nomor DIPA	:	DIPA-025.04.2.423812/2024
Tanggal	:	24 November 2023
Satker	:	(423812) UIN Maulana Malik Ibrahim Malang
Kode Kegiatan	:	(2132) Peningkatan Akses, Mutu, Relevansi dan Daya Saing Pendidikan Tinggi Keagamaan Islam
Kode Output Kegiatan	:	(BGC) Tata Kelola Kelembagaan Publik Bidang Pendidikan
Sub Output Kegiatan	:	(001) PTKIN Yang Meningkat Kualitas Layanan Pendidikan Melalui BLU
Kode Komponen	:	(067) Penyelenggara Pendidikan dan Pengajaran (BLU)
Kode Sub Komponen	:	SD Penelitian Dasar Program Studi (SBK)

Oleh:

Evawati Alisah, M.Pd (NIP.197206041999032001)

Juhari, M.Si (NIP.198402092023211010)

Dr. Imam Sujarwo, M.Pd (NIP. 196305021987031005)



**KEMENTERIAN AGAMA
LEMBAGA PENELITIAN DAN PENGABDIAN KEPADA MASYARAKAT (LP2M)
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI MAULANA MALIK IBRAHIM MALANG**

2024

HALAMAN PERSETUJUAN

Laporan penelitian dengan judul “Analisis Dinamik dengan Kontrol Optimal Model
Susceptible, Expose, Low- Height Addiction, Recovery, and Quit
Pada Kecanduan Media Sosial”

Oleh:

Evawati Alisah, M.Pd (NIP.197206041999032001)

Juhari, M.Si (NIP.19840209201608011055)

Dr. Imam Sujarwo, M.Pd (NIP. 196305021987031005)

Telah diperiksa dan disetujui *reviewer* dan komite penilai pada tanggal 20 November 2024

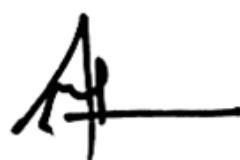
Malang, 20 November 2024

Reviewer 1,



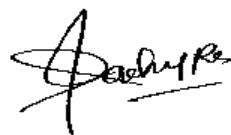
Prof. Dr. Abdul Muhid, M.Si

Reviewer 2,



Ahmad Lubab, M.Si.

Komite Penilai,



Ahmad Abtokhi. M.Pd.

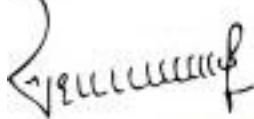
HALAMAN PENGESAHAN

Laporan Penelitian ini disahkan oleh Lembaga Penelitian dan Pengabdian kepada Masyarakat
Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang
Pada tanggal 20 November 2023

Peneliti

Ketua : Nama : Evawati Alisah, M.Pd
NIP : 197206041999032001

Tanda Tangan



Anggota : Nama : Juhari, M.Si
NIP : 198402092023211010

Tanda Tangan



Anggota : Nama : Dr. Imam Sujarwo, M.Pd
NIP : 196305021987031005

Tanda Tangan



PERNYATAAN ORISINALITAS PENELITIAN

Kami yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Evawati Alisah, M.Pd
NIP : 197206041999032001
Pangkat /Gol.Ruang : Penata Tk.1/III-d
Fakultas/Program Studi : SAINTEK/Matematika
Jabatan dalam Penelitian : Ketua Peneliti

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa dalam penelitian ini tidak terdapat unsur-unsur penjiplakan karya penelitian atau karya ilmiah yang pernah dilakukan atau dibuat oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis disebutkan dalam naskah ini dan disebutkan dalam sumber kutipan dan daftar pustaka. Apabila dikemudian hari ternyata dalam penelitian ini terbukti terdapat unsur-unsur penjiplakan dan pelanggaran etika akademik, maka kami bersedia mengembalikan dana penelitian yang telah kami terima dan diproses sesuai dengan peraturan perundang-undangan yang berlaku.

Malang, 15 Juli 2024
Ketua Peneliti,



(Evawati Alisah, M.Pd)
NIP. 197206041999032001

ABSTRACT

In this study, there is no division between addiction in the mild and severe stages. Therefore, it is necessary to divide the stages of addiction because the healing is clearly different. Therefore, in this study, a modified dynamic analysis of the Social Media addiction model is carried out to obtain a valid model that can be implemented in real life. This study aims to find the stability of changes in the Addicted variable which is divided into two, namely Social Media addiction in the mild stage (A_1) and Social Media addiction in the severe stage (A_2). There are six models that have been modified in this study, namely, individuals who do not have Social Media but are vulnerable to addiction (S), individuals who have Social Media but are not yet at the addiction stage (E), individuals infected with Social Media addiction in the mild stage (A_1), individuals infected with Social Media addiction in the severe stage (A_2), individuals who are recovering from Social Media addiction (R), individuals who are completely recovered from Social Media addiction (Q). The steps of dynamic analysis include determining the equilibrium point, analyzing the stability of the equilibrium point, finding the basic reproduction number, numerical simulation of all variables. The results showed that the population of individuals infected with Social Media addiction in the mild stage (A_1) was at a value of 1.6112 with $t = 4$ years while the population of individuals infected with Social Media addiction in the severe stage (A_2) was at a value of 36.542 with $t = 4$ years. This study provides information that the dynamic analysis carried out on the modified mathematical model of Social Media addiction shows a stable condition.

Keywords: Dynamic Analysis; Model Modification; Social Media Addiction Model

KATA PENGANTAR

Assalamu'alaikum Warrahmaullahi Wabarakatuh.

Segala puji bagi Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat serta hidayah-NYA, sehingga penulis dapat menyelesaikan laporan penelitian dengan judul “Analisis Dinamik dengan Kontrol Optimal Model *Susceptible, Expose, Low- Height Addiction, Recovery, and Quit* Pada Kecanduan Media Sosial” dengan lancar. Sholawat serta salam tak lupa tercurahkan kepada Nabi besar kita Nabi Muhammad SAW yang telah membimbing seluruh umatnya dari jaman jahiliyah menuju ke jaman yang terang-benderang.

Penyusunan laporan penelitian ini tentunya tidak luput dari bantuan dari berbagai pihak dalam bentuk bimbingan, saran, dan motivasi. Oleh karena itu, selayaknya penulis menyampaikan banyak terima kasih kepada semua pihak yang telah membantu dalam penyusunan laporan penelitian ini.

Penulis memohon maaf yang sebesar-besarnya apabila masih terdapat banyak kekurangan dalam penulisan skripsi ini. Adapun kritik dan saran sangat diharapkan oleh penulis agar skripsi ini dapat menjadi lebih baik lagi.

Wassalamu'alaikum Warahmatullahi Wabarakatuh.

Malang, 24 Juni 2024

Penulis

DAFTAR ISI

COVER PENELITIAN	i
PENGESAHAN.....	ii
KATA PENGANTAR.....	iii
DAFTAR ISI	iv
DAFTAR TABEL	vi
DAFTAR GAMBAR.....	vii
DAFTAR LAMPIRAN	viii
DAFTAR SIMBOL.....	ix
BAB I PENDAHULUAN.....	1
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah.....	6
1.3 Tujuan Penelitian.....	7
1.4 Manfaat Penelitian.....	7
1.5 Batasan Masalah.....	7
1.6 Definisi Istilah	8
BAB II KAJIAN TEORI	10
2.1 Teori Pendukung	10
2.1.1 Model Matematika Bergantung Waktu	10
2.1.2 Masalah Kontrol Optimal	12
2.1.3 Linearisasi.....	16
2.1.3 Titik Keseimbangan	17
2.1.4 Analisis Kestabilan	18
2.1.5 Matriks Jacobi.....	18
2.1.6 Kriteria Routh-Hurwitz	19
2.1.7 Bilangan Reproduksi Dasar	21
2.1.8 Prinsip Maksimum Pontryagin	22
2.1.9 Metode Runge Kutta Orde 4	23
2.1.10 Kecanduan Media Sosial	24
2.1.11 Model <i>SEARQ</i>	26
2.2 Penyelesaian Masalah dalam Al-Qur'an.....	28
2.3 Kajian Model Matematika Terhadap Kecanduan Media Sosial dengan Teori Pendukung.....	29
BAB III METODE PENELITIAN.....	31
3.1 Jenis Penelitian	31
3.2 Pra Penelitian.....	31
3.3 Tahapan Penelitian.....	31
3.3.1 Modifikasi Model Matematika	31
3.3.2 Analisis Dinamik Model Matematika	32
3.3.3 Kontrol Optimal Model Matematika	32
3.3.4 Simulasi Numerik	32
BAB IV PEMBAHASAN.....	34
4.1 Modifikasi Model Matematika	34
4.1.1 Membentuk Diagram Kompartemen Berdasarkan Rujukan dari Alemneh & Alemu (2021).....	34
4.1.2 Mendefinisikan Variabel dan Nilai Parameter yang Terkait dengan Diagram Kompartemen	35
4.1.3 Menyusun Persamaan Differensial Sesuai dengan Diagram Kompartemen yang Telah Dibentuk	38

4.2 Analisis Dinamik Modifikasi Model Matematika Kecanduan Media Sosial	43
4.2.1 Menentukan Titik Kesetimbangan Model Matematika Kecanduan Media Sosial.....	43
4.2.2 Menentukan Analisis Kestabilan Model Matematika Kecanduan Media Sosial.....	49
4.2.3 Menentukan Bilangan Reproduksi Dasar R₀	55
4.1.2 Penyelesaian Kontrol Optimal Model Kecanduan Media Sosial.....	58
4.2.4 Simulasi Numerik Model Matematika Kecanduan Media Sosial Berupa Grafik Menggunakan Maple.....	64
4.2 Perhitungan Numerik Model Kecanduan Media Sosial	70
4.3 Analisis Dinamik Dengan Kontrol Optimal Model S, E, A₁, A₂, R, Q Dalam Pandangan Islam.....	90
BAB V PENUTUP	92
5.1 Kesimpulan	92
5.2 Saran.....	94
DAFTAR PUSTAKA.....	96
LAMPIRAN	99

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Kriteria Routh-Hurwitz	20
Tabel 2.2	Kriteria Kecanduan Media Sosial.....	26
Tabel 2.3	Nilai Parameter Alemneh & Alemu (2021)	27
Tabel 4.1	Definisi Variabel Modifikasi Model Kecanduan Media Sosial	36
Tabel 4.2	Nilai Parameter Modifikasi Model Kecanduan Media Sosial.....	36
Tabel 4.3	Tabel Kriteria <i>Routh-Hurwitz</i>	51
Tabel 4.4	Tabel Kriteria <i>Routh-Hurwitz</i>	54
Tabel 4.5	Tabel perbandingan <i>St</i>	65
Tabel 4.6	Tabel perbandingan <i>Et</i>	65
Tabel 4.7	Tabel perbandingan <i>A1t</i>	66
Tabel 4.8	Tabel perbandingan <i>A2t</i>	67
Tabel 4.9	Tabel perbandingan <i>Rt</i>	68
Tabel 4.10	Tabel perbandingan <i>Qt</i>	69

DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Grafik Kontrol Optimal Menggunakan Strategi A.....	14
Gambar 2.2	Grafik Kontrol Optimal Menggunakan Strategi B	15
Gambar 2.3	Grafik Kontrol Optimal Menggunakan Strategi C	15
Gambar 2.4	Model matematika <i>SEARQ</i>	27
Gambar 4.1	Model Modifikasi Kecanduan Media Sosial	35
Gambar 4.2	Simulasi Variabel Kontrol u_1 dan u_2	64
Gambar 4.3	Simulasi modifikasi	63
Gambar 4.4	Simulasi model.....	64
Gambar 4.5	Simulasi modifikasi.....	64
Gambar 4.6	Simulasi model.....	65
Gambar 4.7	Simulasi modifikasi	65
Gambar 4.8	Simulasi model.....	66
Gambar 4.9	Simulasi modifikasi	66
Gambar 4.10	Simulasi model.....	67
Gambar 4.11	Simulasi modifikasi	67
Gambar 4.12	Simulasi model.....	68
Gambar 4.13	Simulasi modifikasi	68
Gambar 4.14	Simulasi model.....	69
Gambar 4.15	Simulasi Model SEA_1A_2RQ dengan Kontrol	81
Gambar 4.16	Plot Polinomial Kontrol u_1	84
Gambar 4.17	Plot Polinomial Kontrol u_2	86
Gambar 4.18	Simulasi Rujukan $S(t)$	87
Gambar 4.19	Simulasi Modifikasi $S(t)$	87
Gambar 4.20	Simulasi Rujukan $E(t)$	87
Gambar 4.21	Simulasi Modifikasi $E(t)$	87
Gambar 4.22	Simulasi Rujukan $A(t)$	88
Gambar 4.23	Simulasi Modifikasi $A_1(t)$	88
Gambar 4.24	Simulasi Modifikasi $A_2(t)$	88
Gambar 4.25	Simulasi Rujukan $R(t)$	89
Gambar 4.26	Simulasi Rujukan $R(t)$	89
Gambar 4.27	Simulasi Rujukan $Q(t)$	90
Gambar 4.28	Simulasi Modifikasi $Q(t)$	90

DAFTAR LAMPIRAN

Lampiran 1	<i>Script Analisis Dinamik Modifikasi Model Matematika Kecanduan Media Sosial</i>	99
Lampiran 2	<i>Script MAPLE Simulasi Modifikasi Model Matematika dan Model Rujukan.....</i>	106

DAFTAR SIMBOL

- π : Laju pengaruh dari keseluruhan keseluruhan kompartemen
- μ : Laju populasi kematian alami
- β_1 : Laju penularan dari individu yang terpapar kecanduan Media Sosial ringan terhadap individu yang rentan terhadap kecanduan Media Sosial
- β_2 : Laju penularan dari individu yang terpapar kecanduan Media Sosial berat terhadap individu yang rentan terhadap kecanduan Media Sosial
- σ_1 : Tingkat kontak individu yang rentan kecanduan Media Sosial dengan individu yang terpapar kecanduan Media Sosial ringan
- σ_2 : Tingkat kontak individu yang rentan kecanduan Media Sosial dengan individu yang terpapar kecanduan Media Sosial berat
- k : Laju individu yang terpapar kecanduan tetapi tidak menggunakan Media Sosial atau tidak terpengaruh oleh individu yang kecanduan Media Sosial
- γ : Proporsi individu yang melakukan penyembuhan tetapi rentan terhadap kecanduan
- α_1 : Proporsi individu yang memiliki Media Sosial masuk ke individu yang terpapar kecanduan Media Sosial ringan
- δ_1 : Individu yang keluar dari individu yang memiliki Media Sosial
- α_2 : Proporsi individu yang memiliki Media Sosial masuk ke individu yang terpapar kecanduan Media Sosial berat
- δ_2 : Individu yang keluar dari individu yang memiliki Media Sosial
- ρ : Laju Tingkat kematian karena kecanduan
- ϵ : Laju perpindahan dari individu yang terpapar kecanduan ringan ke individu yang terpapar kecanduan berat
- ε_1 : Laju perpindahan individu yang terpapar kecanduan ringan ke individu yang melakukan penyembuhan
- ε_2 : Laju perpindahan individu yang terpapar kecanduan berat ke individu yang melakukan penyembuhan

- η : Individu yang keluar dari individu yang melakukan penyembuhan

BAB I

PENDAHULUAN

1.1 Latar Belakang

Model matematika merupakan solusi dari permasalahan dengan menggunakan persamaan differensial dengan tujuan menghasilkan suatu persamaan agar lebih mudah dipahamai serta lebih mudah untuk diselesaikan (Syam dkk., 2021). Model matematika terbagi menjadi dua jenis yaitu model dinamik dan model statik. Model dapat dikatakan dinamik apabila variabel kondisi u tergantung dengan kondisi variabel waktu t , sedangkan model dapat dikatakan statik apabila variabel kondisi u tidak bergantung terhadap kondisi variabel waktu t (Iswanto, 2012). Model matematika yang sudah banyak diketahui yaitu model matematika *SEIR* (*Suspected-Exposed-Infected-Recovery*) yang merupakan perkembangan dari model matematika *SIR* (*Suspected-Infected-Recovery*) yang dikemukakan oleh Kermack dan McKendrick pada tahun 1927. Dari model matematika yang dikemukakan oleh Kermack dan McKendrick, pada tahun 2021 Alemneh dan Alemu melakukan penelitian terhadap kecanduan media sosial dengan menggunakan perkembangan dari model matematika *SEIR*. Perkembangan model matematika yang dihasilkan yaitu model *SEARQ* yang terbagi menjadi lima kelompok yaitu, individu yang belum memiliki media sosial tetapi rentan terhadap kecanduan (*Susceptible*), individu yang memiliki media sosial tetapi tidak rentan terhadap kecanduan (*Exposed*), individu yang terinfeksi kecanduan media sosial (*Addiction*), individu yang sedang dalam tahap peyembuhan dari kecanduan media sosial (*Recovery*), individu yang sembuh dari kecanduan media sosial (*Quit*).

Media Sosial merupakan aplikasi yang menyajikan video berdurasi pendek berisi konten yang bermacam-macam baik berupa hiburan, pengetahuan, maupun berita terkini. Media Sosial dapat menyebabkan penggunanya mengalami kecanduan yang bisa berakibat fatal untuk dirinya sendiri dan juga orang lain. Kecanduan Media Sosial merupakan perilaku tidak bisa mengontrol diri, pengabaian terhadap realitas sosial, dan adanya ketergantungan antara individu dengan aplikasi Media Sosial. Kecanduan Media Sosial ini bisa terjadi jika kita banyak menggunakan aplikasi Media Sosial pada waktu yang berlebihan di setiap harinya. Selain itu, apabila kecanduan Media Sosial dibiarkan dan juga tidak diberikan pengobatan maka pengidap kecanduan bisa terjangkit penyakit *Syndrome Tourette*. *Syndrome Tourette* adalah penyakit yang menyebabkan pengidap melakukan gerakan atau pengucapan secara berulang di bawah alam sadarnya. Sudah banyak kasus *Syndrome Tourette* yang disebabkan oleh kecanduan Media Sosial yang membuat para pengidap melakukan gerakan dari video yang ditonton hingga terbawa pada dunia nyata. Penyakit ini bisa mengganggu komunikasi dan juga bisa menyebabkan gangguan mental. Oleh karena itu, baik dari kecanduan maupun *Syndrome Tourette* harus mendapat penanganan khusus agar tidak berkelanjutan dan juga bisa menciptakan penerus bangsa yang berkualitas.

Beberapa penelitian sebelumnya yaitu, pada artikel yang ditulis oleh Alemneh & Alemu (2021) membahas tentang bagaimana pemodelan matematika terhadap kecanduan media sosial menggunakan metode strategi pengendalian optimal. Perbedaan penelitian ini dengan (Alemneh & Alemu, 2021) yaitu bagian media sosial yang diteliti lebih spesifik dan fokus pada satu media sosial saja agar lebih diketahui tingkat kecanduan dari media sosial tersebut. Untuk media sosial yang

diambil pada penelitian kali ini yaitu Media Sosial dengan alasan banyak masyarakat yang tertarik dengan Media Sosial dan juga menggunakan Media Sosial sebagai salah satu media sosial yang banyak diunduh oleh masyarakat. Selain itu perbedaan yang bisa dilihat dari model matematika yang dipakai, model matematika pada artikel Alemneh & Alemu (2021) terbagi menjadi lima populasi yaitu *SEARQ* (*Susceptible-Exposed-Addicted-Recovery-Quit*) sedangkan pada penelitian ini terbagi menjadi 6 kelas yaitu *SEA₁A₂RQ* (*Susceptible-Exposed-Addicted₁-Addicted₂-Recovery-Quit*). Dari perbedaan yang diambil maka untuk nilai akhir yang dihasilkan jelas berbeda dan juga bisa sebagai perbandingan antara satu artikel dengan artikel yang lain.

Pada tahun 2022, Indah & Maulana (2022) melakukan analisis dinamik kecanduan Media Sosial terhadap mahasiswa di Unesa. Dimana penelitian tersebut menggunakan model *SEIR* yang sudah sering digunakan oleh peneliti lain. Di tahun 2023, Abi dkk., (2023) melakukan penelitian pada kecanduan Media Sosial. Penelitian tersebut menggunakan model *SEI I₁ I₂ R* yang merupakan perkembangan dari model *SEIR*. Penelitian ini merupakan salah satu rujukan yang digunakan peneliti dalam mengambil kesimpulan untuk memodifikasi model matematika kecanduan media sosial. Dari penelitian tersebut memberikan peneliti rujukan dalam modifikasi variabel *Addiction* menjadi dua bagian yaitu *Addiction₁* (*A₁*) yang merupakan individu yang terinfeksi kecanduan di tahap ringan dan juga *Addiction₂* (*A₂*) yang merupakan individu yang terinfeksi kecanduan di tahap berat (*Syndrome Tourette*).

Model yang sudah di modifikasi memiliki enam variabel yaitu *Susceptible*, *Exposed*, *Addiction₁*, *Addiction₂*, *Recovery*, *Quit*. *Susceptible* dikategorikan

sebagai individu yang belum memiliki Media Sosial tetapi rentan terhadap kecanduan kemudian *Exposed* dikategorikan sebagai individu yang sudah memiliki Media Sosial tetapi belum sampai pada tahap kecanduan. *Addiction₁* dikategorikan sebagai individu yang sudah terinfeksi kecanduan Media Sosial tetapi masih pada tahap ringan, individu yang dikategorikan sebagai kecanduan di tahap ringan apabila bermain Media Sosial dalam kurun waktu 4 sampai 6 jam dalam sehari. *Addiction₂* dikategorikan sebagai individu yang terinfeksi kecanduan Media Sosial berat hingga mengalami *Syndrome Tourette*. Individu tersebut dapat dikategorikan jika bermain Media Sosial lebih dari 6 jam dalam sehari dan sudah mulai menunjukkan tanda-tanda *Syndrome Tourette* pada syarafnya yang menyebabkan individu tersebut kehilangan kontrol akan dirinya sendiri. *Recovery* merupakan individu yang sedang dalam masa penyembuhan, penyembuhan antara individu kecanduan ringan dan kecanduan berat memang harus dibedakan karena memiliki penanganan yang berbeda dari keduanya. *Quit* merupakan individu yang sudah sembuh total dari kecanduan Media Sosial.

Penelitian ini akan menganalisis masalah kontrol optimal pada kecanduan Media Sosial yang menggunakan modifikasi model SEA_1A_2RQ (*Susceptible*, *Exposed*, *Addicted*, *Recovery*, *Quit*) dengan pemisahan pada jenis kecanduan (*Addicted*) sehingga terdapat penambahan variabel sub populasi A_1 (kecanduan ringan) dan A_2 (kecanduan berat). Penelitian ini akan menggunakan dua variabel kontrol yaitu pengendalian (u_1) yang bisa berupa edukasi dalam bentuk sosialisasi mengenai dampak negatif media sosial dan kontrol berupa pengobatan (u_2) yang tepat agar sembuh dari kecanduan seperti, menonaktifkan sambungan internet, pembiasaan disiplin waktu penggunaan media sosial dan untuk kecanduan tahap berat dapat

diberikan terapi dan pemberian obat-obatan antipsikotik. Variabel kontrol u_1 dan u_2 didefinisikan pada model dasar sehingga akan didapatkan formulasi model dengan kontrol. Selanjutnya digunakan Prinsip Maksimum Pontryagin untuk mendapatkan solusi kontrol yang optimal sehingga jumlah individu kecanduan Media Sosial dapat berkurang. Simulasi numerik untuk masalah kontrol optimal ini menggunakan metode Runge-Kutta orde 4. Dari hasil simulasi numeriknya, model yang belum diberikan kontrol dan yang sudah terkontrol akan dibandingkan sehingga akan diketahui perbedaan tiap sub populasi ketika diberikan kontrol u_1 dan u_2 maupun tanpa diberi kontrol.

Dalam Islam, untuk setiap permasalahan yang terjadi pada umat Islam pasti selalu ada solusi yang bisa membantu untuk menyelesaikan masalah tersebut. Sehingga, Allah SWT menurunkan Al-Qur'an agar umat Islam tidak tersesat serta menjadi penawar bagi diri mereka. Sebagaimana Allah SWT berfirman dalam Al-Qur'an surat Al-Isra ayat 82 (Kementerian Agama RI, 2024), yang artinya:

"Dan kami turunkan dari Al-Qur'an suatu yang menjadi penawar dan rahmat bagi orang-orang yang beriman dan Al-Qur'an itu tidaklah menambah kepada orang-orang yang zalim selain kerugian" (Al-Isra:82)

Berdasarkan ayat diatas, telah dijelaskan jika Allah telah menurunkan Al-Qur'an sebagai obat hati dari segala penyakit seperti kebodohan, keraguan, kemunafikan serta penyembuhan jasmani melalui bacaan ruqyah dari ayat Al-Qur'an. Penyembuhan ini juga bisa dikaitkan dengan metode penyembuhan dari kecanduan, karena dengan Al-Qur'an dapat membawa manusia meraih rahmat melalui kandungan keimanan. Dengan Al-Qur'an, manusia bisa menghindari kecanduan yang dapat membawa kearah kesesatan serta kesenangan sesaat di dunia, karena timbulnya kesesatan tersebut karena tidak ada iman dalam diri mereka.

Manfaat yang bisa diambil dari penelitian ini salah satunya yaitu memberi pemahaman terhadap kepada masyarakat bahwa kecanduan Media Sosial yang terjadi pada lingkungan sekitar bukan merupakan hal yang boleh dibiarkan, karena kecanduan tersebut bisa menyebabkan gangguan terhadap pengidapnya dan juga gangguan terhadap orang sekitarnya. Terlebih lagi jika kecanduan tersebut sudah memasuki tahapan berat hingga menyebabkan pengidap mengalami penyakit *Syndrome Tourette*. Oleh karena itu perlu ada penyembuhan yang dilakukan untuk mengurangi angka kecanduan Media Sosial yang terjadi. Jadi dengan adanya penelitian ini masyarakat bisa lebih peka terhadap dirinya sendiri dan juga orang sekitarnya untuk bisa mengatur waktunya serta membatasi dirinya dalam bermain Media Sosial.

Dari penjelasan diatas, maka peneliti melakukan modifikasi model serta analisis dinamik dengan kontrol optimal untuk memberikan solusi persamaan differensial dari model matematika kecanduan Media Sosial. Penelitian ini diharapkan bisa memberi kesadaran kepada masyarakat terhadap bahaya dari kecanduan Media Sosial yang sebelumnya dianggap sepele.

1.2 Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian pada latar belakang, maka rumusan masalah yang dipakai untuk penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana modifikasi variabel *Addiction* (*A*) pada model matematika terhadap kecanduan Media Sosial Alemneh & Alemu (2021)?
2. Bagaimana analisa dinamik modifikasi variabel *Addiction* (*A*) pada model matematika terhadap kecanduan Media Sosial?

3. Bagaimana kontrol optimal model SEA_1A_2RQ pada kecanduan Media Sosial dengan kontrol pengendalian (u_1) dan pengobatan (u_2)?
4. Bagaimana simulasi numerik model SEA_1A_2RQ pada kecanduan Media Sosial dengan kontrol pengendalian (u_1) dan pengobatan (u_2)?

1.3 Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah yang telah dipaparkan, maka tujuan dari penelitian ini yaitu:

1. Mengetahui hasil modifikasi variabel *Addiction* (A) pada model matematika terhadap kecanduan Media Sosial Alemneh & Alemu (2021).
2. Mengetahui hasil analisa dinamik modifikasi variabel *Addiction* (A) pada model matematika terhadap kecanduan Media Sosial.
3. Mengetahui kontrol optimal model SEA_1A_2RQ pada kecanduan Media Sosial dengan kontrol pengendalian (u_1) dan pengobatan (u_2).
4. Mengetahui hasil simulasi numerik model SEA_1A_2RQ pada kecanduan Media Sosial dengan kontrol pengendalian (u_1) dan pengobatan (u_2).

1.4 Manfaat Penelitian

Adapun manfaat yang dapat diperoleh dari penelitian ini yaitu:

Manfaat yang diperoleh dari penelitian ini yaitu diharapkan pembaca dapat memahami bagaimana modifikasi suatu model matematika yang sesuai dengan kondisi yang terjadi saat ini serta pembaca dapat mengimplementasikan analisis dinamik terhadap model matematika yang sudah dimodifikasi.

1.5 Batasan Masalah

Batasan masalah pada penelitian ini merupakan model matematika kecanduan media sosial yang dikemukakan oleh Alemneh & Alemu (2021), yaitu:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \pi + \gamma\eta R - (\beta_1\sigma_1 A_1 + \beta_2\sigma_2 A_2)S - (k + \mu)S \\
\frac{dE}{dt} &= (\beta_1\sigma_1 A_1 + \beta_2\sigma_2 A_2)S - (\delta_1 + \delta_2 + \mu)E \\
\frac{dA_1}{dt} &= (\alpha_1\delta_1)E - [\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu]A_1 \\
\frac{dA_2}{dt} &= (\alpha_2\delta_2)E + \epsilon A_1 - [\varepsilon_2 + \rho + \mu]A_2 \\
\frac{dR}{dt} &= [(1 - \alpha_1)\delta_1 + (1 - \alpha_2)\delta_2]E + \varepsilon_1 A_1 + \varepsilon_2 A_2 - (\eta + \mu)
\end{aligned}$$

1. Nilai parameter yang digunakan dalam penelitian ini merujuk pada penelitian Alemneh & Alemu (2021).
2. Modifikasi dilakukan pada variabel *Addiction* dengan menambah variabel menjadi dua bagian yaitu kecanduan di tahap ringan (A_1) dan kecanduan di tahap berat (A_2).
3. Analisis dinamik dilakukan pada model yang telah dimodifikasi.

1.6 Definisi Istilah

Definisi istilah dalam penelitian ini, secara garis besar dapat didefinisikan sebagai berikut:

1. Media Sosial: Platform media sosial yang berisi video pendek berdurasi 30 detik hingga 3 menit dengan berbagai fitur yang bisa memudahkan penggunanya.
2. Kecanduan Media Sosial: Kegiatan yang dilakukan secara berlebihan bersangkutan dengan aplikasi Media Sosial hingga membuat penggunanya kehilangan kontrol akan dirinya.

3. *Syndrome Tourette*: Gangguan neurologis dimana penderita mengalami gerakan atau ucapan yang berulang kali diluar kendalinya.
4. $S(t)$: Populasi individu yang rentan terhadap kecanduan Media Sosial.
5. $E(t)$: Populasi individu yang sudah memiliki Media Sosial.
6. $A_1(t)$: Populasi individu yang terpapar kecanduan Media Sosial kategori ringan.
7. $A_2(t)$: Populasi individu yang terpapar kecanduan Media Sosial kategori berat (*Syndrome Tourette*).
8. $R(t)$: Populasi individu yang melakukan penyembuhan terhadap kecanduan Media Sosial.
9. $Q(t)$: Populasi individu yang berhasil sembuh dari kecanduan Media Sosial.

BAB II

KAJIAN TEORI

2.1 Teori Pendukung

2.1.1 Model Matematika Bergantung Waktu

Model matematika bergantung waktu merupakan representasi matematika dari sistem ataupun fenomena yang berganti-ganti seiring waktu (Soebroto, 2005).

Model matematika bergantung waktu dapat diselesaikan secara analitik maupun numerik. Untuk penyelesaian secara analitik dapat diperoleh dengan memecahkan persamaan diferensial secara langsung, sedangkan penyelesaian secara numerik dapat diperoleh dengan menggunakan metode komputasi. Bentuk umum dari model bergantung waktu yaitu:

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y) \quad (2.1)$$

Persamaan $\frac{dy}{dt}$ merupakan variabel keadaan dimana turunan fungsi variabel y terhadap variabel t sedangkan $f(t, y)$ merupakan fungsi yang menggambarkan perubahan variabel keadaan dalam waktu kemudian t merupakan variabel waktu. Contoh dari model matematika bergantung waktu pada penelitian Alemneh & Alemu (2021) meliputi:

$$\frac{dS}{dt} = \pi + \gamma\eta R - \beta\sigma AS - (k + \mu)S \quad (2.4)$$

Persamaan ini menjelaskan bagaimana variabel *Susceptible* mengalami perubahan terhadap jumlah individu yang terkait. Variabel mengalami penambahan jumlah individu karena terdapat individu yang masuk sebagai individu yang belum memiliki media sosial tetapi rentan terhadap kecanduan media sosial dengan parameter π . Sedangkan pengurangan jumlah individu dikarenakan adanya individu yang berada dalam satu lingkungan dengan orang yang memiliki media

sosial sehingga membuat individu tersebut mulai mengguanakan media sosial juga, individu tersebut masuk pada parameter *Exposed* dengan parameter β serta Tingkat kontak yang terjadi antara individu yang belum menggunakan media sosial dan yang sudah menggunakan media sosial keluar dengan parameter σ . Kemudian individu yang tidak menggunakan media sosial secara permanen keluar dari variabel *Susceptible* dengan parameter k, μ terhitung sebagai laju kematian alami.

$$\frac{dE}{dt} = \beta\sigma AS - (\delta + \mu)E \quad (2.5)$$

Pada variabel *Exposed* individu yang mulai menggunakan media sosial tetapi tidak bisa membatasi waktunya akan mulai masuk pada variabel *Addiction* dengan parameter δ, μ terhitung sebagai laju kematian alami.

$$\frac{dA}{dt} = \alpha\delta E - (\mu + \epsilon + p)A \quad (2.6)$$

Pada variabel *Addiction* terdapat individu yang melakukan penyembuhan dengan berbagai metode seperti *therapy* untuk mengurangi gejala kecanduan, individu tersebut masuk pada variabel *Recovery* dengan parameter ϵ . Kemudian terdapat individu yang meninggal dikarenakan kecanduan pada parameter p, μ terhitung sebagai laju kematian alami.

$$\frac{dR}{dt} = (1 - \alpha)\delta E + \epsilon A - (\mu + \eta)R \quad (2.7)$$

Pada variabel *Recovery*, individu yang belum masuk pada tahap kecanduan mulai melakukan penyembuhan agar dapat berhenti menggunakan media sosial dengan parameter $(1 - \alpha), \mu$ terhitung sebagai laju kematian alami.

$$\frac{dQ}{dt} = kS + (1 - \gamma)\eta R - \mu Q \quad (2.8)$$

Pada parameter *Quit* jumlah individu bertambah dikarenakan terdapat individu yang berhasil melakukan penyembuhan dan dapat berhenti menggunakan media sosial dengan parameter $(1 - \gamma)\eta, \mu$ terhitung sebagai laju kematian alami.

2.1.2 Masalah Kontrol Optimal

Kontrol optimal berkaitan dengan menemukan cara paling efisien untuk mengendalikan suatu sistem dinamis untuk mencapai tujuan tertentu. Tujuan kontrol optimal biasanya mencakup memaksimalkan atau minimisasi suatu kriteria kinerja, seperti memaksimalkan keuntungan, memaksimalkan biaya, atau mencapai performa sistem tertentu. Secara matematis, masalah kontrol optimal adalah penentuan pengontrol yang memenuhi suatu sistem persamaan differensial sekaligus mengoptimalkan suatu kriteria *performance* (fungsi biaya/fungsi tujuan) (Hidayat, dkk., 2018). Secara umum, masalah kontrol optimal dirumuskan sebagai berikut (Krik, 1937):

$$J = h(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt$$

Fungsi diatas disebut fungsi Bolza yang merupakan kombinasi dari biaya pada akhir interval (Mayer) dan biaya terdistribusi (Lagrange) sepanjang interval. Dimana $h(x(t_f), t_f)$ adalah fungsi Mayer (*terminal cost*) yang bergantung pada keadaan akhir $x(t_f)$ dan waktu akhir t_f . Sedangkan $g(x(t), u(t), t)$ adalah fungsi Lagrange (*running cost*) yang merupakan fungsi dari keadaan $x(t)$, kontrol $u(t)$, dan waktu t . Dalam beberapa kasus, *terminal cost* $h(x(t_f), t_f)$ bisa diabaikan atau diatur menjadi nol jika hanya fokus pada kinerja selama interval waktu tertentu. Oleh karena itu, formulasi bisa disederhanakan menjadi:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt$$

Alemneh dan Alemu (2021) dalam penelitiannya mengenai model kecanduan media sosial merumuskan masalah kontrol optimal sebagai berikut:

identifikasi variabel keadaan dan kontrol

$$\text{Vektor keadaan } x(t) = [E(t), A(t)]$$

$$\text{Vektor kontrol } u(t) = [u_1(t), u_2(t)]$$

maka dapat ditulis Lagrangian $L(x(t), u(t), t)$:

$$L(x(t), u(t), t) = b_1 E(t) + b_2 A(t) + \frac{1}{2} (w_1 u_1(t)^2 + w_2 u_2(t)^2)$$

selanjutnya dapat diformulasikan masalah kontrol optimal secara lengkap sebagai berikut:

$$J = \int_0^{t_f} \left[b_1 E + b_2 A + \frac{1}{2} (w_1 u_1^2 + w_2 u_2^2) \right] dt$$

di mana t_0 adalah kondisi awal, t_f adalah kondisi akhir. Kemudian b merupakan konstanta bobot dan w koefisiennya. Variabel kontrol yang mengoptimalkan J dinotasikan sebagai $u^*(t)$. Selanjutnya jika disubtitusikan ke dalam persamaan *state* $x(t)$ maka akan didapatkan keadaan optimal $x^*(t)$. Sehingga pada saat yang sama bisa mengoptimalkan masalah kontrol optimal.

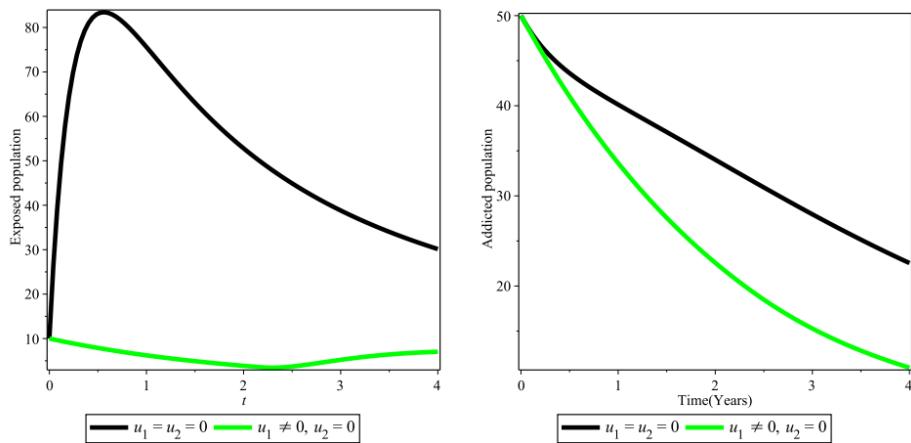
Dalam penelitiannya, Alemneh dan Alemu (2021) menggunakan dua variabel kontrol yaitu pengendalian (u_1) yang bisa berupa edukasi dalam bentuk sosialisasi mengenai dampak negatif media sosial dan kontrol berupa pengobatan (u_2) yang tepat agar sembuh dari kecanduan seperti, menonaktifkan sambungan internet, pembiasaan disiplin waktu penggunaan media sosial dan untuk kecanduan tahap

berat dapat diberikan terapi dan pemberian obat-obatan antipsikotik. Variabel kontrol untuk mengoptimalkan fungsi J dinyatakan sebagai berikut:

$$u_1^* = \max \left\{ 0, \min \left(1, \frac{(\lambda_1 - \lambda_5)S + \beta\sigma AS(\lambda_2 - \lambda_1)}{w_1} \right) \right\}$$

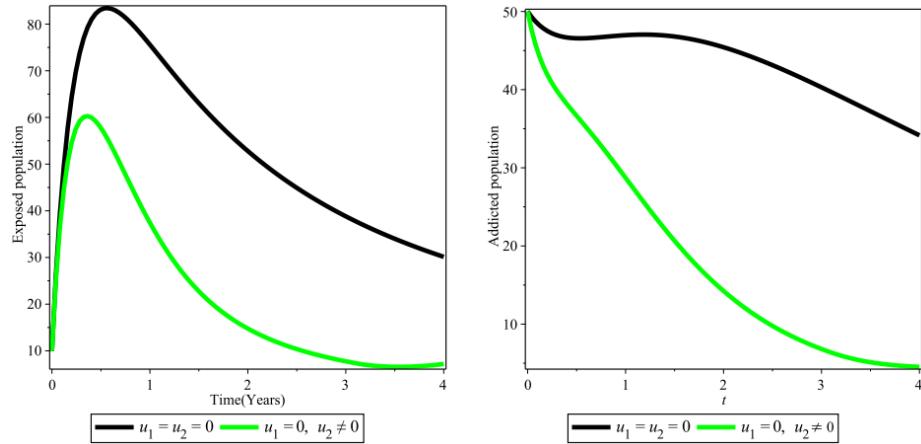
$$u_2^* = \max \left\{ 0, \min \left(1, \frac{(\lambda_2 - \lambda_4)E + (\lambda_4 - \lambda_3)(\alpha E - A)}{w_2} \right) \right\}$$

Kontrol optimal dilakukan dengan menggunakan tiga strategi kontrol dengan hasil sebagai berikut:



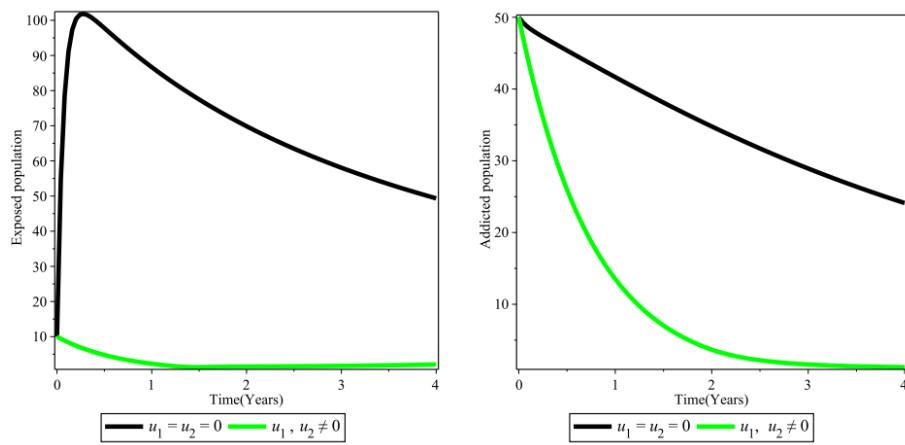
Gambar 2.1 Grafik Kontrol Optimal Menggunakan Strategi A

Strategi A yang menggunakan u_1 untuk mengoptimalkan fungsi tujuan $J(u_1 \neq 0, u_2 = 0)$. Strategi ini berupa edukasi dan sosialisasi mengenai dampak negatif media sosial. Gambar 2.1 menunjukkan bahwa jumlah populasi terpapar dan kecanduan menurun secara signifikan. Pada individu terpapar tampaknya mulai menghilang dalam dua tahun pertama, namun akan naik lagi karena kurangnya efektivitas kontrol.



Gambar 2.2 Grafik Kontrol Optimal Menggunakan Strategi B

Strategi B yang hanya menggunakan u_2 untuk mengoptimalkan fungsi tujuan J ($u_1 = 0, u_2 \neq 0$). Strategi ini berupa pengobatan pada individu yang kecanduan media sosial. Dapat dilihat pada Gambar 2.2 jumlah populasi individu terpapar dan kecanduan berkurang dan tampak lebih efektif dibandingkan dengan strategi A. strategi ini bisa menjadi kandidat strategi yang optimal untuk menurunkan populasi terpapar dan kecanduan.



Gambar 2.3 Grafik Kontrol Optimal Menggunakan Strategi C

Strategi C merupakan kombinasi dari strategi A dan strategi B ($u_1 \neq 0, u_2 \neq 0$). Hasil simulasi strategi ini dapat dilihat pada Gambar 2.3 yang menunjukkan jumlah populasi individu terpapar dan kecanduan sangat berkurang akibat diberikan

kontrol u_1 dan u_2 . Pada populasi terpapar terlihat mulai menurun dan menghilang pada tahun pertama sedangkan populasi kecanduan mulai menghilang pada tiga tahun pertama. Jika dibandingkan dengan strategi sebelumnya, strategi C adalah strategi paling efektif untuk menurunkan populasi individu terpapar dan kecanduan sehingga dapat dijadikan solusi masalah kecanduan media sosial.

2.1.3 Linearisasi

Untuk menentukan kestabilan suatu persamaan differensial maka perlu dilakukan linierisasi. Linierisasi merupakan proses perubahan suatu sistem nonlinear menjadi sistem linier. Linierisasi dilakukan untuk mengetahui solusi dari suatu permasalahan yang dimodelkan di sekitar titik ekuilibrium dengan tujuan dapat menghasilkan aproksimasi yang tepat.

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= g(x, y)\end{aligned}\quad (2.10)$$

Dimana f dan g tidak linier. Jika (x_0, y_0) adalah titik kritis dari sistem diatas maka:

$$\begin{aligned}f(x_0, y_0) &= 0 \\ g(x_0, y_0) &= 0\end{aligned}\quad (2.11)$$

Menurut deret taylor langkah yang selanjutnya dilakukan yaitu mencari pendekatan sistem linier (x, y) terhadap titik (x_0, y_0) dengan melakukan ekspansi pada persekitaran titik (x_0, y_0) kemudian menghilangkan suku tak liniernya dan menghasilkan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x_0, y_0) + \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)(x - x_0) + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)(y - y_0) \\ \frac{dy}{dt} &= g(x_0, y_0) + \frac{\partial g}{\partial x}(x_0, y_0)(x - x_0) + \frac{\partial g}{\partial y}(x_0, y_0)(y - y_0)\end{aligned}\quad (2.12)$$

Jika dilakukan substitusi $x - x_0 = u$ dan $y - y_0 = v$, maka $\frac{dx}{dt} = \frac{du}{dt}$ dan $\frac{dy}{dt} = \frac{dv}{dt}$, dalam keadaan yang setimbang $f(x_0, y_0) = g(x_0, y_0)$ maka akan dihasilkan suatu sistem persamaan linier berikut:

$$\begin{aligned}\frac{du}{dt} &= \frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0)u + \frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0)v \\ \frac{dv}{dt} &= \frac{\partial g}{\partial x}(x_0, y_0)u + \frac{\partial g}{\partial y}(x_0, y_0)v\end{aligned}\quad (2.13)$$

Sistem diatas dapat ditulis dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt}(\vec{X}) = A_0 \vec{X} \quad (2.14)$$

Dimana

$$\vec{X} = (u, v)^T \quad (2.15)$$

Sehingga

$$A_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial y} \\ \frac{\partial g}{\partial x} & \frac{\partial g}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Dimana $A = A_0$ pada $x = x_0, y = y_0$.

2.1.3 Titik Keseimbangan

Dalam menentukan titik kesetimbangan dari model yang diteliti maka langkah pertama yang dilakukan yaitu memperhatikan nilai eigen dari matriks Jacobi. Titik kesetimbangan merupakan kondisi dimana variabel yang berkaitan dengan kasus yang diteliti bernilai nol atau pada keadaan tersebut kasus yang diteliti tidak terjadi dalam populasi, sehingga akan diperoleh nilai dari titik kesetimbangan.

Misal diberikan suatu persamaan

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= f(x, y) \\ \frac{dy}{dt} &= G(x, y)\end{aligned}\quad (2.17)$$

dengan F dan G merupakan fungsi kontinu terhadap x dan y . Titik kritis dari sistem (2.8) merupakan titik (x^*, y^*) sehingga menghasilkan $F(x^*, y^*) = G(x^*, y^*) = 0$.

2.1.4 Analisis Kestabilan

Analisis kestabilan digunakan untuk mencari kestabilan dari titik kesetimbangan suatu persamaan. Analisis kestabilan dilakukan dengan linearisasi titik kesetimbangan menggunakan deret Taylor yang menghasilkan suatu matriks Jacobi. Dari matriks Jacobi yang dihasilkan maka akan dicari nilai eigen dari persamaan tersebut. Jika keseluruhan bagian riil nilai eigen yang diperoleh bernilai negatif maka titik kesetimbangan stabil. Apabila terdapat satu atau lebih nilai eigen memiliki nilai riil positif, maka titik kesetimbangan tidak stabil. Selain itu dalam analisis kestabilan lokal, titik kesetimbangan bebas kecanduan apabila $R_0 < 1$ la maka disebut stabil asimtotik. Stabil asimtotik merupakan keadaan dimana populasi dari kecanduan Media Sosial seiring waktu mengalami penurunan. Apabila $R_0 > 1$ maka dikatakan tidak stabil.

2.1.5 Matriks Jacobi

Matriks Jacobi yaitu matriks yang dimana mengandung turunan parsial pertama dari fungsi multivariabel bernilai vektor. Pengaplikasian matriks jacobi dilakukan untuk mengetahui kestabilan suatu titik tetap. Diberikan suatu persamaan diferensial sebagai berikut (Dettman dkk., 1967):

$$x' = f(x, y) \text{ dan } y' = g(x, y) \quad (2.18)$$

f dan g merupakan fungsi yang bisa diturunkan dengan turunan parsial kontinu. Misalkan matriks J merupakan matriks Jacobi pada titik (x^*, y^*) maka menghasilkan

$$J = \begin{pmatrix} f_x(x^*, y^*) & f_y(x^*, y^*) \\ g_x(x^*, y^*) & g_y(x^*, y^*) \end{pmatrix} \quad (2.19)$$

Titik tetap (x^*, y^*) dapat disebut stabil asimtotik jika diseluruh bagian nilai eigen dari matriks J bernilai negatif, maka jika terdapat salah satu bagian nilai eigen dari matriks J bernilai positif maka tidak bisa disebut stabil.

Nilai eigen dan vektor eigen merupakan matriks persegi $m \times m$ yang memiliki nilai dan vektor yang karakteristik.

Definisi 1 $A\nu$ adalah kelipatan skalar dari ν , vektor yang tak nol $\nu, \nu \in \mathbb{R}^m$ disebut vektor eigen, jika matriks $m \times m$, jadi jika ditulis akan sebagai berikut:

$$A\nu = \lambda \quad (2.20)$$

Nilai skalar λ dapat disebut nilai eigen A dan ν merupakan vektor eigen dari A yang sesuai dengan λ . Solusi persamaan tak nol dari nilai eigen matriks A yaitu

$$(\lambda I - A)\nu = 0 \quad (2.21)$$

dengan solusi sebagai berikut:

$$\det(\lambda I - A) = 0 \quad (2.22)$$

Dengan solusi yang dihasilkan, nilai eigen dari matriks A memenuhi skalar persamaan karakteristik dan juga bisa disebut persamaan karakteristik dari A .

2.1.6 Kriteria Routh-Hurwitz

Kriteria Routh-Hurwitz merupakan kriteria yang digunakan untuk menentukan jumlah kutub-kutub terhadap loop tertutup pada daerah yang belum stabil, tanpa perlu melakukan penyelesaian persamaan karakteristik terhadap sistem yang ada (Sofiah, 2013). Kriteria Routh-Hurwitz dapat menentukan stabil atau tidaknya suatu sistem pada persamaan. Pada sistem orde tinggi, suatu kestabilan ditentukan menggunakan suatu persamaan polinomial orde n . Menggunakan

kriteria Routh-Hurwitz, suatu kestabilan dapat diperoleh secara langsung. Menurut (Hasnawati dkk., 2017), misalkan suatu persamaan karakteristik orde- n dapat dituliskan sebagai berikut:

$$P(\lambda) = \alpha_0\lambda^n + \alpha_1\lambda^{n-1} + \alpha_2\lambda^{n-2} + \cdots + \alpha_{n-1}\lambda + \alpha_n = 0 \quad (2.23)$$

Menggunakan koefisien besaran real dan $\alpha_n \neq 0$, kemudian buat tabel Routh sebagai berikut:

Tabel 2.1 Kriteria Routh-Hurwitz

λ^n	α_0	α_2	α_4	α_6	-
λ^{n-1}	α_1	α_3	α_5	-	-
λ^{n-2}	b_1	b_2	b_2	-	-
λ^{n-3}	c_1	c_2	c_3	-	-
λ^{n-4}	d_1	d_2	-	-	-
	:	:		-	-
λ^2	e_1	α_n	-	-	-
λ	f_1	-	-	-	-
λ^0	a_n	-	-	-	-

Pada baris pertama dan kedua, koefisien diambil dari koefisien persamaan karakteristik sedangkan koefisien pada baris ketiga dan selanjutnya dapat menggunakan aturan pada bawah ini:

$$b_1 = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-2} - \alpha_n\alpha_{n-3}}{\alpha_{n-1}};$$

$$b_2 = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-4} - \alpha_n\alpha_{n-5}}{\alpha_{n-1}};$$

$$b_3 = \frac{\alpha_{n-1}\alpha_{n-6} - \alpha_n\alpha_{n-7}}{\alpha_{n-1}};$$

Dan seterusnya hingga bersisa nol, berlaku juga untuk koefisien-koefisien c sebagai berikut:

$$c_1 = \frac{b_{n-1}\alpha_{n-3} - \alpha_{n-1}b_{n-2}}{b_{n-1}};$$

$$c_2 = \frac{b_{n-1}\alpha_{n-5} - \alpha_{n-1}b_{n-3}}{b_{n-1}};$$

Dan seterusnya hingga semua koefisien diperoleh untuk membentuk matriks setengah piramida terbalik. Kriteria kestabilan Routh-Hurwitz merupakan sebagai berikut:

1. Pada setiap akar polinomial merupakan negatif atau memiliki bagian real negatif, maka koefisien pada kolom pertama tabel Routh-Hurwitz adalah positif.
2. Jika terdapat satu atau lebih koefisien bernilai negatif, maka sistem tidak stabil.
3. Jumlah perubahan tanda pada kolom pertama menunjukkan jumlah akar positif dari persamaan karakteristik.

Oleh karena itu, jika terdapat 0 atau koefisien negatif disamping adanya koefisien positif maka menunjukkan bahwa ada satu atau lebih akar imajiner atau bagian real yang positif yang berarti sistem tidak stabil.

2.1.7 Bilangan Reproduksi Dasar

Bilangan reproduksi dasar adalah jumlah rata-rata kasus individu yang terinfeksi disebabkan penularan dari individu lain yang sudah terinfeksi selama masa terinfeksinya dalam satu keseluruhan populasi (Diekmann & Heesterbeek, 2000). Jadi, jika nilai R_0 yang dihasilkan tinggi maka tingkat penularan semakin cepat dan apabila nilai R_0 yang dihasilkan rendah maka tingkat penularan juga

semakin lambat. Menggunakan metode *The Next Generation Matrix* linierisasi merupakan langkah pertama yang perlu dilakukan untuk solusi persamaan kompartmen terinfeksi.

$$x = (F - v)x \quad (2.24)$$

dimana $F = \frac{\partial F_i}{\partial x_j}(x_0, y_0)$ dan $V = \frac{\partial V_i}{\partial x_j}(x_0, y_0)$ dapat dinyatakan menjadi $= FV^{-1}$.

Menurut (Giesecke, 2017) terdapat tiga nilai dari R_0 yaitu:

1. $R_0 < 1$ bermakna penularan yang terjadi dari waktu ke waktu mulai menurun sehingga penularan yang terjadi akan hilang dengan sendirinya.
2. $R_0 = 1$ bermakna kasus yang terjadi stabil atau konstan.
3. $R_0 > 1$ bermakna penularan yang terjadi terus menerus bertambah dari waktu ke waktu dan perlu segera diatasi dengan melakukan penyembuhan agar penularan bisa menurun.

2.1.8 Prinsip Maksimum Pontryagin

Salah satu ide utama dalam teori kontrol optimal adalah Prinsip Maksimum Pontryagin, yang dikembangkan oleh matematikawan Soviet Lev Pontryagin. Dia menggunakan prinsip ini untuk menemukan kontrol optimal dalam sistem dinamis dengan memaksimalkan fungsi Hamiltonian yang terkait. Kerangka kerja yang diberikan oleh Prinsip Maksimum Pontryagin dipakai untuk menentukan apakah solusi kontrol tertentu adalah optimal. Langkah untuk menyelesaikan masalah kontrol optimal menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin adalah sebagai berikut (Naidu, 2003):

1. Formulasi bentuk Hamiltonian

$$\mathcal{H}(x(t), u(t), \lambda(t), t) = Q(x(t), u(t), \lambda(t), t) + \lambda'(x(t), u(t), \lambda(t), t)$$

dimana $\lambda(t)$ adalah variabel *co-state*.

2. Meminimumkan fungsi Hamiltonian terhadap semua vektor kontrol

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} = 0$$

sehingga akan didapatkan kondisi stationer

$$u^*(t) = h(x^*(t), \lambda^*(t), t)$$

3. Kemudian dengan menggunakan variabel kontrol $u^*(t)$ pada langkah 2, akan diperoleh formulasi fungsi Hamiltonian yang optimal

$$\mathcal{H}^*(t), (x^*(t), h(x^*(t), \lambda^*(t), t) = \mathcal{H}^*(x^*(t), \lambda^*(t), t)$$

4. Dengan menggunakan kondisi awal x_0 dan kondisi akhir x_f , selesaikan persamaan *state* dan *co-state* maka akan diperoleh

$$\left[\mathcal{H}^* + \frac{\partial S}{\partial t} \right]_{t_f} \delta t_f + \left[\left(\frac{\partial S}{\partial t} \right) - \lambda^*(t) \right]_{t_f} \delta t_f = 0$$

5. Untuk memperoleh nilai kontrol yang optimal, substitusikan hasil pada langkah 4 ke dalam persamaan $u^*(t)$.

2.1.9 Metode Runge Kutta Orde 4

Metode Runge Kutta Orde 4 adalah metode numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan diferensial biasa. Metode Runge Kutta orde 4 memungkinkan untuk mendekati solusi dari berbagai jenis persamaan diferensial biasa dengan tingkat efisiensi dan akurasi yang tinggi. Berdasarkan (Muhammad, dkk., 2015) ekspresi Runge Kutta Orde 4 adalah sebagai berikut:

$$y_{i+1} = y_i + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)h$$

dengan:

$$k_1 = f(x_i, y_i)$$

$$k_2 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_1h\right)$$

$$k_3 = f\left(x_i + \frac{1}{2}h, y_i + \frac{1}{2}k_2h\right)$$

$$k_4 = f(x_i + h, y_i + k_3h)$$

di mana k adalah kemiringan titik dalam interval dan h adalah ukuran langkah yang dipakai serta $n = 0,1,2,3, \dots, N$.

2.1.10 Kecanduan Media Sosial

Kecanduan Media Sosial adalah suatu kondisi dimana seseorang tidak mampu mengontrol dirinya sendiri terhadap penggunaan aplikasi Media Sosial yang dilakukan secara terus menerus meskipun menyebabkan konsekuensi yang negatif (Laili & Nuryono, 2015). Media sosial memang dapat memberikan dampak positif serta dampak negatif dari penggunaannya. Salah satu dampak positif yang dapat diambil dari penggunaan media sosial yaitu dapat menjangkau komunikasi jarak jauh, serta mendapatkan informasi dengan cepat. Selain dampak positif yang diberikan terdapat dampak negatif yang berpengaruh terhadap kehidupan sosial. Hal tersebut dikarenakan pengguna media sosial tidak dapat mengontrol dalam penggunaan media sosial. Apabila pengguna media sosial tidak dapat mengontrol waktunya, maka akan menyebabkan penggunaan waktu media sosial akan meningkat dan dapat menimbulkan kecanduan media sosial. Para pengguna media sosial yang sudah mengalami kecanduan akan menjadi ketergantungan terhadap media sosial, sehingga menyebakan pengguna akan menghabiskan waktu yang banyak untuk mencapai kepuasan dalam penggunaan media sosial. Dapat diketahui bahwa ketergantungan media sosial menyebabkan dampak negatif yang akan dialami oleh pengguna (Aprilia dkk., 2018).

Pada penelitian ini, kecanduan Media Sosial dibedakan menjadi dua jenis yaitu, kecanduan Media Sosial tahap ringan dan kecanduan Media Sosial tahap berat. Gejala yang ditimbulkan dari kecanduan ringan diantaranya: Menganggap media sosial sebagai satu-satunya hal penting dalam kehidupan (*Salience*), menggunakan media sosial sebagai pengubah keadaan suasana hati (*Mood modification*), durasi penggunaan media sosial yang meningkat dari waktu ke waktu (*Tolerance*), mengalami efek psikologis dan fisiologis ketika tidak menggunakan media sosial (*Withdrawal symptoms*), munculnya dampak negatif yang ditimbulkan dari penggunaan media sosial (*Conflict*), tidak dapat menahan untuk tidak menggunakan media sosial setelah beberapa waktu berhenti (*Relapse*) (Griffiths, 2001).

Kecanduan tahap berat memiliki ketersinambungan terdapat *Syndrome Tourette*. *Syndrome Tourette* adalah gangguan neuropsikiatri dan perilaku yang menyebabkan penderita mengalami gerakan secara berulang diluar kendali dirinya dan sulit dikontrol. Tipe *Syndrome Tourette* yang disebabkan dari penggunaan media sosial yang berlebihan yaitu MSSI-FTB (*Mass Social Media Illness-Functional Tourette-like Behavior*). Gejala yang ditimbulkan dari *Syndrome Tourette* tipe MSSI-FTB ini relatif sama dengan gejala *Syndrome Tourette* pada umumnya yang kompleks secara relatif tiba-tiba dan perilaku yang tidak pantas secara sosial. Gejala dari *Syndrome Tourette* yakni meniru tingkah laku yang sering dilihat (*echo phenomena*), suka mengulang-ulang gerakan tanpa sadar (*pali phenomena*), berkata kasar tanpa sadar diluar kendali dirinya (*swearing involuntarily and inappropriately*), perilaku melukai diri sendiri (*self-injurious behaviours*) (Anurogo, 2014). Dari kedua jenis kecanduan tersebut, masing-masing

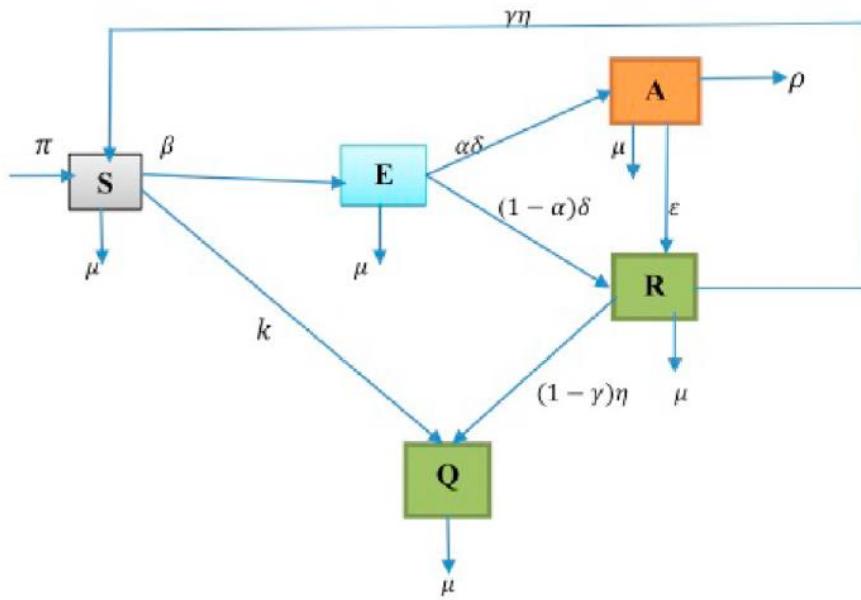
memiliki kriteria yang berbeda-beda. Kriteria tersebut dapat menjadi tolak ukur untuk individu terjangkit kecanduan antara kecanduan ringan dan kecanduan berat. Berikut akan diberikan tabel yang memberikan gambar dari kriteria kecanduan ringan dan berat:

Tabel 2.2 Kriteria Kecanduan Media Sosial

Durasi	Kategori	Sumber
$1 \leq h \leq 3$	Normal	(Hartinah dkk., 2019)
$4 \leq h \leq 6$	Ringan	(Hartinah dkk., 2019)
$6 \leq h \leq 24$	Berat <i>Syndrome Tourette</i>	(Hartinah dkk., 2019) (Fremer dkk., 2022)

2.1.11 Model *SEARQ*

Model *SEARQ* merupakan model matematika perkembangan dari model SEIR, serta model *SEARQ* membahas tentang memodelkan matematika dengan kasus kecanduan media sosial. Pada model variabel terbagi menjadi 5 kelas, yaitu *Susceptible* (S) yaitu banyaknya individu yang rentan terhadap kecanduan, *Exposed* (E) yaitu banyaknya individu yang menggunakan media sosial tetapi belum sampai tahap kecanduan, *Addicted* (A) yaitu individu yang sudah terinfeksi kecanduan, *Recovery* (R) yaitu individu yang melakukan penyembuhan agar tidak mengidap kecanduan terhadap media sosial, *Quit* (Q) yaitu individu yang sudah dinyatakan sembuh dari kecanduan terhadap media sosial. Berikut merupakan model *SEARQ* pada penelitian (Alemneh and Alemu 2021):



Gambar 2.4 Model matematika *SEARQ*

Dengan persamaan differensial sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \pi + \gamma\eta R - \beta\sigma AS - (k + \mu)S$$

$$\frac{dE}{dt} = \beta\sigma AS - (\delta + \mu)E$$

$$\frac{dA}{dt} = \alpha\delta E - (\mu + \epsilon + \rho)A$$

$$\frac{dR}{dt} = (1 - \alpha)\delta E + \epsilon A - (\mu + \eta)R$$

$$\frac{dQ}{dt} = kS + (1 - \gamma)\eta R - \mu Q$$

Dengan kondisi awal $S(0) > 0, E(0) \geq 0, A(0) \geq 0, R(0) \geq 0, Q(0) \geq 0$ serta

keterangan parameter yang akan dipaparkan pada tabel 2.3 sebagai berikut:

Tabel 2.3 Nilai Parameter Alemneh & Alemu (2021)

Parameter	Nilai	Sumber
π	0.5	Alemneh & Alemu (2021)
μ	0.25	Wang dkk., (2014)

β	0.6	Wang dkk., (2014)
σ	0.5	Wang dkk., (2014)
α	0.7	Guo & Li (2020)
p	0.01	Alemneh & Alemu (2021)
δ	0.25	Guo & Li (2020)
ϵ	0.7	Huo & Wang (2014)
k	0.01	Alemneh & Alemu (2021)
γ	0.35	(Li & Guo, 2019)
η	0.4	Huo & Wang (2014)

Perbedaan antara penelitian ini dengan penelitian milik Alemneh & Alemu (2021) yaitu pada variabel *Addicted* yang dibagi menjadi dua kelompok yaitu *Addicted*₁ (A_1) diasumsikan sebagai individu yang kecanduan ringan hingga tidak dapat membatasi waktu bermain Media Sosial sampai mengganggu kegiatan sehari-hari. Untuk kompartemen *Addicted*₂ (A_2) diasumsikan sebagai individu yang kecanduan berat hingga mengalami penyakit *Syndrome Tourette*.

2.2 Penyelesaian Masalah dalam Al-Qur'an

Dalam Islam, setiap masalah yang kita hadapi akan bisa dikaitkan dengan Al-Qur'an. Dikarenakan Al-Qur'an merupakan pedoman utama bagi seluruh umat islam di dunia. Dalam Al-Qur'an akan selalu ada solusi dari permasalahan yang sedang kita hadapi dan juga akan melatih kita untuk bisa lebih bijak dalam menghadapi masalah yang datang. Seluruh umat manusia pasti akan diberi

permasalahan hidup yang berbeda-beda baik itu ringan maupun berat oleh karena itu Allah SWT menurunkan Al-Qur'an sebagai pegangan umat Islam saat di dunia.

Setiap manusia pasti mempunyai permasalahan masing-masing, akan tetapi apapun permasalahannya Allah akan tetap menjadi penyembuh-Nya. Sebagaimana Allah SWT berfirman dalam Al-Qur'an surat Asy-Syu'ara ayat 80, yang artinya:

"Dan apabila aku sakit, Dialah Yang menyembuhkan aku." (Asy-Syu'ara:80)

Berdasarkan ayat tersebut dijelaskan bahwa segala penyakit yang datang pada manusia akan disembuhkan oleh Allah. Dari sini dapat dikaitkan dengan pemodelan matematika pada penelitian ini, Allah menyembuhkan penyakit kecanduan manusia melalui model matematika agar menyadarkan manusia bagaimana bahaya populasi kecanduan yang semakin naik sehingga perlu ada penyembuhan untuk mengurangi populasi tersebut.

2.3 Kajian Model Matematika Terhadap Kecanduan Media Sosial dengan Teori Pendukung

Penelitian tentang kecanduan media sosial sebelumnya sudah dilakukan oleh beberapa peneliti, yaitu pada Alemneh & Alemu (2021). Dalam artikel juga dijelaskan bagaimana memodelkan suatu permasalahan tentang kecanduan media sosial serta menghasilkan simulasi numerik menggunakan metode kontrol optimal. Dalam simulasi numerik yang dihasilkan menunjukkan bahwa nilai $R_0 = 0$ yang berarti bahwa model tersebut stabil asimtotik, selain itu ditunjukkan juga bahwa dengan menggunakan metode kontrol optimal dapat mempengaruhi penurunan jumlah populasi yang terinfeksi kecanduan dalam kurun waktu tertentu.

Penelitian selanjutnya yaitu Indah & Maulana (2022) yang melakukan penelitian terhadap mahasiswa di FMIPA Unesa, penelitian ini dilakukan untuk

melihat apakah mahasiswa FMIPA Unesa termasuk dalam populasi kecanduan Media Sosial menggunakan model *SEIR*. Penelitian tersebut dilakukan dengan menyebarkan sebanyak 150 kuisioner terhadap mahasiswa angkatan tahun 2018, 2019, dan 2020. Dalam hasil numerik yang dipaparkan serta melihat dari nilai titik kesetimbangan bebas kecanduan $E_0 = (2.367,0,0,0)$ dan juga titik kesetimbangan endemik $E_1 = (0.539,0.511,0.812,0.396)$ serta bilangan reproduksi dasar $R_0 = 2.362931076$ terbukti bahwa terjadi kecanduan Media Sosial di kalangan mahasiswa FMIPA Unesa.

BAB III

METODE PENELITIAN

3.1 Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan dalam kasus ini adalah penelitian kuantitatif. Penelitian kuantitatif merupakan metode penelitian yang dilakukan untuk meneliti populasi atau sampel tertentu, dan untuk pengambilan datanya dilakukan secara acak untuk dianalisis dengan tujuan menguji asumsi yang telah ditetapkan (Sugiyono, 2012).

3.2 Pra Penelitian

Pra penelitian merupakan tahapan penelitian yang dilakukan sebelum melakukan penyusunan penelitian. Sebelum melakukan penelitian, peneliti mengkaji beberapa literatur yang berkaitan dengan penelitian, menentukan rumusan masalah yang sesuai dengan tujuan penelitian, membentuk model matematika *SEARQ* kecanduan Media Sosial, mengidentifikasi parameter yang berhubungan dengan model serta menentukan nilai simbol sehingga peneliti dapat memahami alur penelitian lebih dalam.

3.3 Tahapan Penelitian

Tahapan yang dilakukan untuk menyelesaikan penelitian ini terbagi menjadi beberapa macam yaitu sebagai berikut:

3.3.1 Modifikasi Model Matematika

1. Membentuk diagram kompartemen dengan variabel termodifikasi *Addiction*
(A) berdasarkan rujukan dari Alemneh & Alemu (2021)
2. Mendefinisikan variabel dan nilai parameter yang terkait dengan diagram kompartemen

3. Menyusun persamaan differensial sesuai dengan diagram kompartemen yang telah dibentuk

3.3.2 Analisis Dinamik Model Matematika

1. Menentukan titik kesetimbangan model matematika
2. Menentukan analisis kestabilan model
3. Menentukan bilangan reproduksi dasar (R_0)
4. Simulasi numerik model matematika kecanduan Media Sosial berupa grafik menggunakan *software* Maple

3.3.3 Kontrol Optimal Model Matematika

Melakukan perhitungan kontrol optimal SEA_1A_2RQ pada kecanduan media sosial dengan dua variabel kontrol yaitu kontrol pengendalian (u_1) dan pengobatan (u_2), dengan tahapan sebagai berikut:

1. Menentukan model kecanduan Media Sosial dengan kontrol.
2. Menyelesaikan masalah kontrol optimal kecanduan Media Sosial menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin sebagai berikut:
 - a. Menentukan *objective function* atau fungsi tujuan.
 - b. Menentukan persamaan diferensial dalam bentuk Fungsi Hamiltonian.
 - c. Menentukan nilai persamaan *state*.
 - d. Menentukan nilai persamaan *co-state*.
 - e. Menentukan kondisi stationer yang berupa nilai kontrol optimal.

3.3.4 Simulasi Numerik

1. Simulasi numerik model matematika kecanduan Media Sosial berupa grafik menggunakan *software* Maple

2. Simulasi numerik model SEA_1A_2RQ pada kecanduan media sosial dengan dua variabel kontrol yaitu kontrol pengendalian (u_1) dan pengobatan (u_2) menggunakan Metode Runge Kutta orde 4.

BAB IV

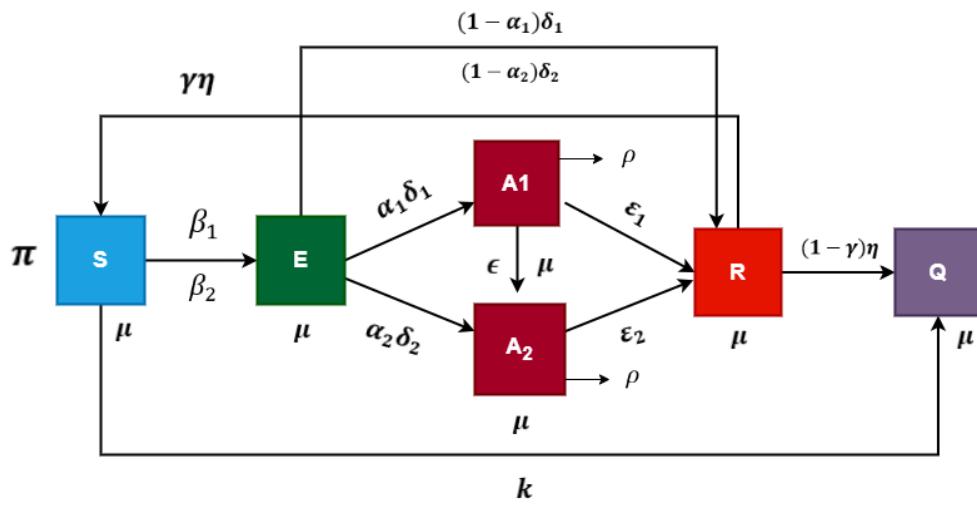
PEMBAHASAN

4.1 Modifikasi Model Matematika

Modifikasi model matematika merupakan langkah yang dilakukan sebelum analisis dinamik diselesaikan. Modifikasi memiliki makna upaya untuk melakukan perubahan dengan penyesuaian-penyesuaian yang cocok dari segi materi maupun dari segi tujuan dan metode. Maka modifikasi model matematika memiliki makna upaya dalam perubahan antara variabel serta persamaan differensial yang terkait dengan tujuan untuk mendapatkan penyelesaian yang lebih baik dan juga lebih sesuai dengan permasalahan yang terkait. Pada penelitian ini dilakukan modifikasi model matematika Alemneh & Alemu (2021) dengan menambah variabel *Addiction* menjadi dua tahap yaitu kecanduan di tahap ringan (A_1) dan juga kecanduan di tahap yang berat hingga menyebabkan penyakit *Syndrome Tourette* (A_2). Terdapat beberapa langkah-langkah yang dilakukan pada modifikasi model matematika, yaitu:

4.1.1 Membentuk Diagram Kompartemen Berdasarkan Rujukan dari Alemneh & Alemu (2021)

Diagram kompartemen adalah representasi visual yang menampilkan suatu sistem persamaan differensial yang terbagi menjadi beberapa kompartemen yang berbeda. Diagram kompartemen pada penelitian ini dibentuk berdasarkan asumsi-asumsi yang berpengaruh terhadap kecanduan Media Sosial. Berikut akan ditampilkan diagram kompartemen yang telah dimodifikasi dengan menambah variabel *Addiction* menjadi dua bagian:



Gambar 4.1 Model Modifikasi Kecanduan Media Sosial

Pada diagram kompartemen tersebut variabel *Addiction* terbagi menjadi dua bagian yaitu kecanduan di tahap ringan (*Addiction*₁) dan kecanduan di tahap berat (*Addiction*₂). Alasan terbaginya kecanduan menjadi dua tahap dikarenakan setiap orang memiliki batas kecanduan pada tahapannya masing-masing, kemudian setiap orang memiliki durasi dalam bermain Media Sosial hingga pada tahap disebut kecanduan dan apabila durasi tersebut dilakukan secara berkelanjutan maka akan menyebabkan Syndrome Tourette yang termasuk dalam kecanduan ditahap yang berat.

4.1.2 Mendefinisikan Variabel dan Nilai Parameter yang Terkait dengan

Diagram Kompartemen

Variabel-variabel yang terkait dalam pembentukan diagram kompartemen diambil dari beberapa asumsi yang telah dibentuk serta menggunakan nilai parameter yang bersumber dari beberapa rujukan yang telah dikaji oleh peneliti. Berikut akan dipaparkan definisi dari variabel yang terkait dengan model matematika kecanduan Media Sosial:

Tabel 4.1 Definisi Variabel Modifikasi Model Kecanduan Media Sosial

Variabel	Keterangan
$S(t)$	Populasi individu yang rentan terhadap kecanduan Media Sosial
$E(t)$	Populasi individu yang sudah memiliki Media Sosial
$A_1(t)$	Populasi individu yang terpapar kecanduan Media Sosial kategori ringan
$A_2(t)$	Populasi individu yang terpapar kecanduan Media Sosial kategori berat (<i>Syndrome Tourette</i>)
$R(t)$	Populasi individu yang melakukan penyembuhan terhadap kecanduan Media Sosial
$Q(t)$	Populasi individu yang berhasil sembuh dari kecanduan Media Sosial

Serta keterangan nilai parameter yang terkait dengan model matematika kecanduan Media Sosial sebagai berikut:

Tabel 4.2 Nilai Parameter Modifikasi Model Kecanduan Media Sosial

Parameter	Deskripsi	Nilai	Satuan
π	Laju pengaruh dari keseluruhan keseluruhan kompartemen	0.5	$\frac{1}{\text{tahun}}$
μ	Laju populasi kematian alami	0.25	$\frac{1}{\text{tahun}}$
β_1	Laju penularan dari individu yang terpapar kecanduan Media Sosial ringan terhadap individu yang rentan terhadap kecanduan Media Sosial	0.6	$\frac{1}{\text{tahun}}$
β_2	Laju penularan dari individu yang terpapar kecanduan Media Sosial berat terhadap individu	0.58	$\frac{1}{\text{tahun}}$

	yang rentan kecanduan Media Sosial		
Parameter	Deskripsi	Nilai	Satuan
σ_1	Tingkat kontak individu yang rentan kecanduan Media Sosial dengan individu yang terpapar kecanduan Media Sosial ringan	0.5	$\frac{1}{\text{tahun}}$
σ_2	Tingkat kontak individu yang rentan kecanduan Media Sosial dengan individu yang terpapar kecanduan Media Sosial berat	0.22	$\frac{1}{\text{tahun}}$
α_1	Proporsi individu yang memiliki Media Sosial masuk ke individu yang terpapar kecanduan Media Sosial ringan	0.7	
α_2	Proporsi individu yang memiliki Media Sosial masuk ke individu yang terpapar kecanduan Media Sosial berat	0.242	
ρ	Laju Tingkat kematian karena kecanduan	0.01	$\frac{1}{\text{tahun}}$
δ_1	Individu yang keluar dari individu yang memiliki Media Sosial	0.25	$\frac{1}{\text{tahun}}$
δ_2	Individu yang keluar dari individu yang memiliki Media Sosial	0.21	$\frac{1}{\text{tahun}}$
ϵ	Laju perpindahan dari individu yang terpapar kecanduan	0.688	$\frac{1}{\text{tahun}}$

	ringan ke individu yang terpapar kecanduan berat		
ε_1	Laju perpindahan individu terpapar kecanduan ringan ke individu penyembuhan	0.7	$\frac{1}{\text{tahun}}$
Parameter	Deskripsi	Nilai	Satuan
ε_2	Laju perpindahan individu yang terpapar kecanduan berat ke individu yang melakukan penyembuhan	0.001	$\frac{1}{\text{tahun}}$
k	Laju individu yang terpapar kecanduan tetapi tidak menggunakan Media Sosial atau tidak terpengaruh oleh individu yang kecanduan Media Sosial	0.01	$\frac{1}{\text{tahun}}$
γ	Proporsi individu yang melakukan penyembuhan tetapi rentan terhadap kecanduan	0.35	
η	Individu yang keluar dari individu yang melakukan penyembuhan	0.4	$\frac{1}{\text{tahun}}$

Sumber: Alemneh & Alemu (2021)

4.1.3 Menyusun Persamaan Differensial Sesuai dengan Diagram

Kompartemen yang Telah Dibentuk

Berdasarkan diagram kompartemen yang telah dibentuk maka persamaan differensial yang dihasilkan akan dipengaruhi berdasarkan bertambah atau berkurangnya individu dalam suatu variabel. Persamaan differensial dalam modifikasi model matematika kecanduan Media Sosial yaitu:

$$\frac{ds}{dt} = \pi + \gamma\eta R - (\beta_1\sigma_1 A_1 + \beta_2\sigma_2 A_2)S - (k + \mu)S \quad (4.1)$$

Jumlah populasi dari keseluruhan kompartemen mulai masuk ke dalam populasi dengan parameter π pada variabel *Susceptible*, selain itu terdapat individu yang sudah melakukan penyembuhan tetapi rentan terhadap kecanduan dipengaruhi faktor kontak serta lingkungan maka masuk pada variabel *Susceptible* dengan parameter $\gamma\eta$. Pengurangan individu pada variabel *Susceptible* dipengaruhi oleh individu yang rentan terhadap kecanduan kemungkinan terlibat kontak dengan individu yang terpapar kecanduan ringan sehingga menyebabkan individu yang rentan tertular kecanduan mulai menggunakan Media Sosial dikarenakan ada penularan dari individu yang terpapar kecanduan ringan. Individu tersebut keluar dari variabel *Susceptible* dengan parameter $\beta_1\sigma_1$. Sedangkan individu rentan terhadap kecanduan terlibat kontak dengan individu yang terpapar kecanduan berat maka akan terjadi penularan yang menyebabkan individu mulai menggunakan Media Sosial dan berpeluang menjadi kecanduan berat. Individu tersebut keluar dari variabel *Susceptible* dengan parameter $\beta_2\sigma_2$. Sedangkan individu yang tidak terpengaruh dengan penularan kecanduan maka akan keluar dari variabel *Susceptible* parameter k . Selain itu terdapat laju kematian alami dengan parameter μ .

$$\frac{dE}{dt} = (\beta_1\sigma_1 A_1 + \beta_2\sigma_2 A_2)S - (\delta_1 + \delta_2 + \mu)E \quad (4.2)$$

Individu yang mulai menggunakan Media Sosial dikarenakan penularan dari individu yang terpapar kecanduan ringan akan masuk dalam variabel *Exposed* dengan parameter $\beta_1\sigma_1$ sedangkan individu yang mulai menggunakan Media Sosial dikarenakan penularan dari individu yang terpapar kecanduan berat akan

masuk ke variabel *Exposed* dengan parameter $\beta_2\sigma_2$. Sedangkan pengurangan terjadi ketika individu yang mulai menggunakan media sosial tidak bisa membatasi waktu hingga menimbulkan gejala yang menunjukkan kecanduan ringan akan keluar dari variabel *Exposed* dengan parameter δ_1 . Sedangkan individu yang terpapar kecanduan berat hingga menimbulkan gejala yang menunjukkan *Syndrome Tourette* akan keluar dari variable *Exposed* dengan parameter δ_2 . Selain itu terdapat laju kematian alami dengan parameter μ .

$$\frac{dA_1}{dt} = (\alpha_1\delta_1)E - [\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu]A_1 \quad (4.3)$$

Individu yang terpapar kecanduan ringan akan masuk ke dalam variabel *Addiction*₁ dengan parameter $\alpha_1\delta_1$, sedangkan individu yang tidak segera melakukan penyembuhan ketika terpapar kecanduan ringan hingga menimbulkan gejala dari kecanduan berat (*Syndrome Tourette*) akan keluar dari variabel *Addiction*₁ dengan parameter ϵ . Selain itu terdapat individu yang mulai melakukan penyembuhan dari kecanduan ringan maka akan keluar dari variabel *Addiction*₁ dengan parameter ε_1 . Kematian yang disebabkan oleh pengaruh kecanduan akan keluar dari *Addiction*₁ dengan parameter ρ . Pengurangan yang terakhir disebabkan oleh laju kematian alami yang keluar dengan parameter μ .

$$\frac{dA_2}{dt} = (\alpha_2\delta_2)E + \epsilon A_1 - [\varepsilon_2 + \rho + \mu]A_2 \quad (4.4)$$

Individu yang mulai menunjukkan gejala dari kecanduan berat (*Syndrome Tourette*) akan masuk ke dalam variabel *Addiction*₂ dengan parameter $\alpha_2\delta_2$. Sedangkan individu yang awalnya memiliki gejala kecanduan ringan tetapi tidak segera melakukan penyembuhan dan mulai menunjukkan gejala dari kecanduan berat akan masuk ke dalam variabel *Addiction*₂ dengan parameter ϵ .

Pengurangan individu yang dipengaruhi oleh penyembuhan dari kecanduan berat akan keluar dengan parameter ε_2 , sedangkan timbulnya kematian yang disebabkan dari kecanduan akan keluar dengan parameter ρ . Laju kematian alami akan keluar dengan parameter μ .

$$\frac{dR}{dt} = [(1 - \alpha_1)\delta_1 + (1 - \alpha_2)\delta_2]E + \varepsilon_1 A_1 + \varepsilon_2 A_2 - (\eta + \mu) \quad (4.5)$$

Penambahan individu dikarenakan mulai melakukan penyembuhan dari kecanduan ringan akan masuk ke dalam variabel *Recovery* dengan parameter ε_1 , sedangkan individu yang melakukan penyembuhan dari kecanduan berat akan masuk ke variabel *Recovery* dengan variabel ε_2 . Sedangkan individu yang baru menggunakan Media Sosial karena penularan dari orang yang terpapar kecanduan ringan mulai melakukan penyembuhan dan masuk ke dalam variabel *Recovery* dengan parameter $(1 - \alpha_1)\delta_1$, kemudian individu yang menggunakan Media Sosial karena penularan dari individu yang terpapar kecanduan berat mulai melakukan penyembuhan akan masuk dengan parameter $(1 - \alpha_2)\delta_2$. Pengurangan individu dipengaruhi oleh individu yang sudah melakukan penyembuhan tetapi masih rentan terhadap kecanduan akan keluar dengan parameter η . Terakhir, kematian alami keluar dengan parameter μ .

$$\frac{dQ}{dt} = kS + (1 - \gamma)\eta R - \mu Q \quad (4.6)$$

Penambahan individu dipengaruhi dari individu yang amsuk dalam populasi tetapi tidak terpengaruhi oleh kecanduan akan masuk dengan parameter k . Individu yang sembuh total dari kecanduan hingga mulai tidak menggunakan Media Sosial dalam kesehariannya akan masuk ke dalam variabel *Quit* dengan parameter $(1 - \gamma)\eta$, serta kematian alami akan keluar dengan parameter μ .

Maka jika digabungkan, persamaan differensial yang dihasilkan yaitu:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \pi + \gamma\eta R - (\beta_1\sigma_1 A_1 + \beta_2\sigma_2 A_2)S - (k + \mu)S \\
 \frac{dE}{dt} &= (\beta_1\sigma_1 A_1 + \beta_2\sigma_2 A_2)S - (\delta_1 + \delta_2 + \mu)E \\
 \frac{dA_1}{dt} &= (\alpha_1\delta_1)E - [\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu]A_1 \\
 \frac{dA_2}{dt} &= (\alpha_2\delta_2)E + \epsilon A_1 - [\varepsilon_2 + \rho + \mu]A_2 \\
 \frac{dR}{dt} &= [(1 - \alpha_1)\delta_1 + (1 - \alpha_2)\delta_2]E + \varepsilon_1 A_1 + \varepsilon_2 A_2 - (\eta + \mu)R \\
 \frac{dQ}{dt} &= kS + (1 - \gamma)\eta R - \mu Q
 \end{aligned} \tag{4.7}$$

Kemudian untuk mempermudah dalam penggerjaan sistem maka dilakukan penyederhanaan menghasilkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \frac{dS}{dt} &= \pi + \gamma R^* - (\beta A_1^* + \sigma A_2^*)S^* - kS^* \\
 \frac{dE}{dt} &= (\beta A_1^* + \sigma A_2^*)S^* - \delta E^* \\
 \frac{dA_1}{dt} &= \alpha E^* - \varepsilon A_1^* \\
 \frac{dA_2}{dt} &= b E^* + \epsilon A_1^* - \rho A_2^* \\
 \frac{dR}{dt} &= \omega E^* + \tau A_1^* + \phi A_2^* - \eta R^* \\
 \frac{dQ}{dt} &= k S^* + \theta R^* - \mu Q^*
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

dimana

$$\begin{aligned}
 \beta &= \beta_1\sigma_1 & \varepsilon &= \epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu \\
 \sigma &= \beta_2\sigma_2 & b &= \alpha_2\delta_2 \\
 k &= k + \mu & \rho &= \varepsilon_2 + \rho + \mu \\
 \delta &= \delta_1 + \delta_2 + \mu & \omega &= (1 - \alpha_1)\delta_1 + (1 - \alpha_2)\delta_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} \alpha = \alpha_1 \delta_1 & \tau = \varepsilon_1 \\ \phi = \varepsilon_2 & \eta = \eta + \mu \\ \theta = (1 - \gamma)\eta & \gamma = \gamma\eta \end{array}$$

Dengan kondisi awal

$$S(0) > 0, E(0) \geq 0, A_1(0) \geq 0, A_2(0) \geq 0, R(0) \geq 0, Q(0) \geq 0.$$

4.2 Analisis Dinamik Modifikasi Model Matematika Kecanduan Media Sosial

4.2.1 Menentukan Titik Kesetimbangan Model Matematika Kecanduan Media Sosial

Titik kesetimbangan terbagi menjadi dua yaitu titik kesetimbangan bebas kecanduan dan titik kesetimbangan kecanduan. Dalam menentukan titik kesetimbangan maka pada setiap persamaan (4.8) harus bersifat nol, atau $\frac{ds}{dt} = 0, \frac{dE}{dt} = 0, \frac{dA_1}{dt} = 0, \frac{dA_2}{dt} = 0, \frac{dR}{dt} = 0, \frac{dQ}{dt} = 0$. Sehingga pada persamaan (4.7) menjadi:

$$\pi + \gamma\eta R^* - (\beta A_1^* + \sigma A_2^*) S^* - k S^* = 0 \quad (4.9)$$

$$(\beta A_1^* + \sigma A_2^*) S^* - \delta E^* = 0 \quad (4.10)$$

$$\alpha E^* - \varepsilon A_1^* = 0 \quad (4.11)$$

$$b E^* + \epsilon A_1^* - \rho A_2^* = 0 \quad (4.12)$$

$$\omega E^* + \tau A_1^* + \phi A_2^* - \eta R^* = 0 \quad (4.13)$$

$$k S^* + \theta R^* - \mu Q^* = 0 \quad (4.14)$$

1. Titik kesetimbangan Bebas Kecanduan

Titik kesetimbangan bebas kecanduan merupakan titik dimana tidak terdapat penyebaran kecanduan dalam populasi sehingga tidak terdapat individu yang mengalami kecanduan dalam populasi atau $A_1 = 0; A_2 = 0$. Maka menjadi:

Subtitusikan $A_1 = 0; A_2 = 0$ ke persamaan (4.9) dan (4.10), sehingga:

$$\pi + \gamma\eta R^* - (\beta A_1^* + \sigma A_2^*)S^* - kS^* = 0$$

$$(\beta(0) + \sigma(0))S^* = \pi + \gamma\eta R^* - kS^*$$

$$0 = \pi + \gamma\eta R^* - kS^*$$

$$kS^* = \pi + \gamma\eta R^*$$

$$S^* = \frac{\pi + \gamma\eta R^*}{k}$$

Persamaan (4.10)

$$(\beta A_1^* + \sigma A_2^*)S^* - \delta E^* = 0$$

$$(\beta(0) + \sigma(0))S - \delta E^* = 0$$

$$\delta E^* = 0$$

$$E^* = \frac{0}{\delta}$$

$$E^* = 0$$

Subtitusikan $A_1^* = 0; A_2^* = 0$ ke persamaan (4.13), sehingga:

$$\omega E^* + \tau A_1^* + \phi A_2 - \eta R^* = 0$$

$$\omega(0) + \tau(0) + \phi(0) - \eta R^* = 0$$

$$R^* = \frac{0}{\eta}$$

$$R^* = 0$$

Dikarenakan nilai dari variabel R sudah diketahui, maka substitusikan $R = 0$ ke

dalam $S^* = \frac{\pi + \gamma\eta R^*}{k + \mu}$ sehingga diperoleh:

$$S^* = \frac{\pi + \gamma\eta R^*}{k}$$

$$S^* = \frac{\pi + \gamma\eta(0)}{k}$$

$$S^* = \frac{\pi}{k}$$

Subtitusikan $A_1^* = 0; A_2^* = 0$ ke persamaan (4.14), sehingga:

Persamaan (4.14)

$$kS^* + \theta R^* - \mu Q^* = 0$$

$$k\left(\frac{\pi}{k}\right) + \theta(0) - \mu Q^* = 0$$

$$\mu Q^* = \left(\frac{k\pi}{k}\right)$$

$$Q^* = \left(\frac{k\pi}{k}\right)\left(\frac{1}{\mu}\right)$$

$$Q^* = \frac{k\pi}{k\mu}$$

$$Q^* = \frac{\pi}{\mu}$$

Sehingga diperoleh titik kesetimbangan bebas kecanduan

$$E_0 = (S^*, E^*, A_1^*, A_2^*, R^*, Q^*) = \left(\frac{\pi}{k}, 0, 0, 0, 0, \frac{\pi}{\mu}\right)$$

2. Titik kesetimbangan Kecanduan

Titik kesetimbangan kecanduan merupakan keadaan dimana titik menunjukkan adanya penyebaran kecanduan di dalam populasi. Sehingga $S^* \neq 0, E^* \neq 0, A_1^* \neq 0, A_2^* \neq 0, R^* \neq 0, Q^* \neq 0$. Untuk mempermudah dalam perhitungan maka diasumsikan $A_1^* = X$ dan $A_2^* = Y$, sehingga menjadi:

Perhitungan awal

$$\pi + \gamma R^* - \beta X^* S^* - \sigma Y^* S^* - k S^* = 0$$

$$\begin{aligned}
& \beta X^* S^* + \sigma Y^* S^* S^* - \delta E^* = 0 \\
& \alpha E^* - \varepsilon Y^* = 0 \\
& b E^* + \epsilon X^* - \rho Y^* = 0 \\
& \omega E^* + \tau X^* + \phi Y^* - \eta R^* = 0 \\
& k S^* + \theta R^* - \mu Q^* = 0
\end{aligned} \tag{4.15}$$

Penyelesaian sistem persamaan (4.15)

$$-S^* X^* \beta - S^* Y^* \sigma + R^* \gamma - S^* k + \pi = 0$$

$$S^* X^* \beta + S^* Y^* \sigma - E^* \delta = 0$$

$$E^* \alpha - X^* \varepsilon = 0$$

$$E^* b + X^* \epsilon - Y^* \rho = 0$$

$$E^* \omega - R^* \eta + X^* \tau + Y^* \phi = 0$$

$$-Q^* \mu + R^* \theta + S^* k = 0$$

Dari sistem persamaan (4.15) diambil persamaan ketiga untuk menemukan solusi dari variabel X^* , sehingga didapatkan:

$$X^* = \frac{\alpha E^*}{\varepsilon} \tag{4.16}$$

Subtitusikan $X^* = \frac{\alpha E^*}{\varepsilon}$ ke dalam sistem persamaan berikut

$$\begin{aligned}
& \pi + \gamma R^* - \beta X^* S^* - \sigma Y^* S^* - k S^* = 0 \\
& \beta X^* S^* + \sigma Y^* S^* S^* - \delta E^* = 0 \\
& b E^* + \epsilon X^* - \rho Y^* = 0 \\
& \omega E^* + \tau X^* + \phi Y^* - \eta R^* = 0 \\
& k S^* + \theta R^* - \mu Q^* = 0
\end{aligned} \tag{4.17}$$

Sehingga menghasilkan solusi sistem persamaan sebagai berikut

$$-\frac{S^* \alpha E^* \beta}{\varepsilon} - \sigma Y^* S^* + \gamma R^* - k S^* + \pi = 0$$

$$\frac{S^* \alpha E^* \beta}{\varepsilon} + \sigma Y^* S^* - \delta E^* = 0$$

$$bE^* + \frac{\alpha E^* \epsilon}{\varepsilon} - \rho Y^* = 0$$

$$\omega E^* - \eta R^* + \frac{\alpha E^* \tau}{\varepsilon} + \phi Y^* = 0$$

$$-Q^* \mu + R^* \theta + S^* k = 0$$

Dari sistem persamaan (4.17) diambil persamaan ketiga untuk menemukan solusi dari variabel Y^* , sehingga didapatkan:

$$Y^* = \frac{E^*(\alpha \epsilon + b \varepsilon)}{\varepsilon \rho} \quad (4.18)$$

Subtitusikan $Y^* = \frac{E^*(\alpha \epsilon + b \varepsilon)}{\varepsilon \rho}$ ke dalam sistem persamaan berikut

$$\begin{aligned} \pi + \gamma R^* - \beta X^* S^* - \sigma Y^* S^* - k S^* &= 0 \\ \beta X^* S^* + \sigma Y^* S^* S^* - \delta E^* &= 0 \\ \omega E^* + \tau X^* + \phi Y^* - \eta R^* &= 0 \\ k S^* + \theta R^* - \mu Q^* &= 0 \end{aligned} \quad (4.19)$$

Sehingga menghasilkan solusi sistem persamaan sebagai berikut

$$\begin{aligned} -\frac{S^* \alpha E^* \beta}{\varepsilon} - \frac{S^* E^* (\alpha \epsilon + b \varepsilon) \sigma}{\varepsilon \rho} + \gamma R^* - k S^* + \pi &= 0 \\ \frac{S^* \alpha E^* \beta}{\varepsilon} + \frac{S^* E^* (\alpha \epsilon + b \varepsilon) \sigma}{\varepsilon \rho} - \delta E^* &= 0 \\ \omega E^* - \eta R^* + \frac{\alpha E^* \tau}{\varepsilon} + \frac{E^* (\alpha \epsilon + b \varepsilon) \phi}{\varepsilon \rho} &= 0 \\ -Q^* \mu + R^* \theta + S^* k &= 0 \end{aligned}$$

Dari sistem persamaan (4.19) diambil persamaan ketiga untuk menemukan solusi dari variabel R^* , sehingga didapatkan:

$$R^* = \frac{E^*(\alpha \phi \epsilon + \alpha \rho \tau + b \varepsilon \phi + \varepsilon \omega \rho)}{\varepsilon \rho \eta} \quad (4.20)$$

Subtitusikan $R^* = \frac{E^*(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)}{\epsilon\rho\eta}$ ke dalam sistem persamaan berikut

$$\begin{aligned}\pi + \gamma R^* - \beta X^* S^* - \sigma Y^* S^* - kS^* &= 0 \\ \beta X^* S^* + \sigma Y^* S^* S^* - \delta E^* &= 0 \\ kS^* + \theta R^* - \mu Q^* &= 0\end{aligned}\tag{4.21}$$

Sehingga menghasilkan solusi sistem persamaan sebagai berikut

$$\begin{aligned}-\frac{S^* \alpha E^* \beta}{\epsilon} - \frac{S^* E^* (\alpha\epsilon + b\epsilon)\sigma}{\epsilon\rho} + \frac{E^* (\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)\gamma}{\epsilon\rho\eta} - kS^* + \pi &= 0 \\ \frac{S^* \alpha E^* \beta}{\epsilon} + \frac{S^* E^* (\alpha\epsilon + b\epsilon)\sigma}{\epsilon\rho} - \delta E^* &= 0 \\ -\mu Q^* + \frac{E^* (\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)\theta}{\epsilon\rho\tau} + kS^* &= 0\end{aligned}$$

Dari sistem persamaan (4.21) diambil persamaan kedua untuk menemukan solusi dari variabel S^* , sehingga didapatkan:

$$S^* = \frac{\delta\epsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma}\tag{4.22}$$

Subtitusikan $S^* = \frac{\delta\epsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma}$ ke dalam sistem persamaan berikut

$$\begin{aligned}\pi + \gamma R^* - \beta X^* S^* - \sigma Y^* S^* - kS^* &= 0 \\ kS^* + \theta R^* - \mu Q^* &= 0\end{aligned}\tag{4.23}$$

Sehingga menghasilkan solusi sistem persamaan sebagai berikut

$$\begin{aligned}-\frac{\delta\rho\alpha E\beta}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} - \frac{\delta E(\alpha\epsilon + b\epsilon)\sigma}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} + \frac{E(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)\gamma}{\epsilon\rho\eta} \\ - \frac{\delta\epsilon\rho k}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} + \pi &= 0 \\ -\mu Q + \frac{E(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)\theta}{\epsilon\rho\eta} + \frac{\delta\epsilon\rho k}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} &= 0\end{aligned}$$

Dari sistem persamaan (4.21) diambil persamaan pertama untuk menemukan solusi dari variabel E^* , sehingga didapatkan

$$E^* = \frac{((Q^* \alpha \beta \mu \rho + Q^* \alpha \mu \sigma \epsilon + Q^* b \epsilon \mu \sigma - \delta \epsilon k \rho) \epsilon \rho \eta)}{((\alpha \beta \rho + \alpha \sigma \epsilon + b \epsilon \sigma)(\alpha \phi \epsilon + \alpha \rho \tau + b \epsilon \phi + \epsilon \omega \rho) \theta)} \quad (4.24)$$

Sehingga diperoleh titik kesetimbangan kecanduan sebagai berikut:

E^* :

$$S^* = \frac{\delta \epsilon \rho}{\alpha \beta \rho + \alpha \sigma \epsilon + b \epsilon \sigma}$$

$$E^* = \frac{((Q^* \alpha \beta \mu \rho + Q^* \alpha \mu \sigma \epsilon + Q^* b \epsilon \mu \sigma - \delta \epsilon k \rho) \epsilon \rho \eta)}{((\alpha \beta \rho + \alpha \sigma \epsilon + b \epsilon \sigma)(\alpha \phi \epsilon + \alpha \rho \tau + b \epsilon \phi + \epsilon \omega \rho) \theta)}$$

$$X^* = \frac{\alpha E^*}{\epsilon}$$

$$Y^* = \frac{E^*(\alpha \epsilon + b \epsilon)}{\epsilon \rho}$$

$$R^* = \frac{E^*(\alpha \phi \epsilon + \alpha \rho \tau + b \epsilon \phi + \epsilon \omega \rho)}{\epsilon \rho \eta}$$

Untuk hasil titik kesetimbangan kecanduan yang lengkap dari keseluruhan variabel dapat dilihat pada lampiran 1 yang sudah memaparkan hasil yang lengkap dari titik kesetimbangan kecanduan.

4.2.2 Menentukan Analisis Kestabilan Model Matematika Kecanduan Media Sosial

Model matematika kecanduan Media Sosial yang terdapat pada persamaan (4.8) merupakan persamaan differensial nonlinier. Sehingga untuk menentukan analisis kestabilan dalam model, maka perlu dilakukan linierisasi pada sekitar titik kesetimbangan dengan membantuk matriks Jacobian. Selanjutnya akan dicari nilai eigen dari matriks Jacobian untuk menentukan kestabilan model.

1. Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan Bebas Kecanduan

Hasil linearisasi titik kesetimbangan bebas kecanduan menggunakan matriks Jacobian adalah sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial S}{\partial S} & \frac{\partial S}{\partial E} & \frac{\partial S}{\partial A_1} & \frac{\partial S}{\partial A_2} & \frac{\partial S}{\partial R} & \frac{\partial S}{\partial Q} \\ \frac{\partial S}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial A_1} & \frac{\partial E}{\partial A_2} & \frac{\partial E}{\partial R} & \frac{\partial E}{\partial Q} \\ \frac{\partial E}{\partial S} & \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial A_1}{\partial A_1} & \frac{\partial A_2}{\partial A_2} & \frac{\partial R}{\partial R} & \frac{\partial Q}{\partial Q} \\ \frac{\partial A_1}{\partial S} & \frac{\partial A_1}{\partial E} & \frac{\partial A_1}{\partial A_1} & \frac{\partial A_1}{\partial A_2} & \frac{\partial A_1}{\partial R} & \frac{\partial A_1}{\partial Q} \\ \frac{\partial A_1}{\partial A_2} & \frac{\partial A_2}{\partial E} & \frac{\partial A_2}{\partial A_1} & \frac{\partial A_2}{\partial A_2} & \frac{\partial A_2}{\partial R} & \frac{\partial A_2}{\partial Q} \\ \frac{\partial A_2}{\partial S} & \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial A_1}{\partial A_1} & \frac{\partial A_2}{\partial A_2} & \frac{\partial R}{\partial R} & \frac{\partial Q}{\partial Q} \\ \frac{\partial R}{\partial S} & \frac{\partial R}{\partial E} & \frac{\partial R}{\partial A_1} & \frac{\partial R}{\partial A_2} & \frac{\partial R}{\partial R} & \frac{\partial R}{\partial Q} \\ \frac{\partial Q}{\partial S} & \frac{\partial Q}{\partial E} & \frac{\partial Q}{\partial A_1} & \frac{\partial Q}{\partial A_2} & \frac{\partial Q}{\partial R} & \frac{\partial Q}{\partial Q} \end{bmatrix}$$

Maka diperoleh:

$$J = \begin{bmatrix} -\beta_1\sigma_1A_1 - \beta_2\sigma_2A_2 - k - \mu & 0 & -\beta_1\sigma_1S & -\beta_2\sigma_2S & \gamma\eta & 0 \\ \beta_1\sigma_1A_1 + \beta_2\sigma_2A_2 & -(\delta_1) - (\delta_2) - \mu & \beta_1\sigma_1S & \beta_2\sigma_2S & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_1\delta_1) & -\epsilon - \varepsilon_1 - \rho - \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_2\delta_2) & \epsilon & -\varepsilon_2 - \rho - \mu & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \alpha_1)\delta_1 + (1 - \alpha_2)\delta_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & -\eta - \mu & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & (1 - \gamma)\eta & -\mu \end{bmatrix}$$

Lalu substitusi titik kesetimbangan bebas kecanduan pada matriks J yaitu

$$E_0 = (S, E, A_1, A_2, R, Q) = \left(\frac{\pi}{k}, 0, 0, 0, 0, \frac{\pi}{\mu} \right), \text{ sehingga diperoleh:}$$

$$J(E_0) =$$

$$\begin{bmatrix} -k - \mu & 0 & -\beta_1\sigma_1\left(\frac{\pi}{k}\right) & -\beta_2\sigma_2\left(\frac{\pi}{k}\right) & \gamma\eta & 0 \\ 0 & -(\delta_1) - (\delta_2) - \mu & \beta_1\sigma_1\left(\frac{\pi}{k}\right) & \beta_2\sigma_2\left(\frac{\pi}{k}\right) & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_1\delta_1) & -\epsilon - \varepsilon_1 - \rho - \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_2\delta_2) & \epsilon & -\varepsilon_2 - \rho - \mu & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \alpha_1)\delta_1 + (1 - \alpha_2)\delta_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & -\eta - \mu & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & (1 - \gamma)\eta & -\mu \end{bmatrix}$$

Kemudian menentukan nilai eigen matriks $J(E_0)$. Nilai eigen dapat diperoleh

dari $\det(\lambda I - J_1) = 0$:

$$\begin{bmatrix} -k - \mu - \lambda & 0 & -\frac{\beta_1\sigma_1\pi}{k} & -\frac{\beta_2\sigma_2\pi}{k} & \gamma\eta & 0 \\ 0 & -(\delta_1) - (\delta_2) - \mu - \lambda & \frac{\beta_1\sigma_1\pi}{k} & \frac{\beta_2\sigma_2\pi}{k} & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_1\delta_1) & -\epsilon - \varepsilon_1 - \rho - \mu - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_2\delta_2) & \epsilon & -\varepsilon_2 - \rho - \mu - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \alpha_1)\delta_1 + (1 - \alpha_2)\delta_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & -\eta - \mu - \lambda & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & (1 - \gamma)\eta & -\mu - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Dengan mengsubtitusikan nilai parameter pada tabel (4.2) ke dalam matriks

Jacobi maka menghasilkan:

$$\begin{bmatrix} -0.26 - \lambda & 0 & -15.00000000 & -6.380000000 & 0.140 & 0 & 0 \\ 0 & -0.71 - \lambda & 15.00000000 & 6.380000000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.175 & -1.648 - \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05082 & 0.688 & -0.261 - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.23418 & 0.7 & 0.001 & -0.65 - \lambda & 0 & 0 \\ 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0.260 & -0.25 - \lambda & 0 \end{bmatrix} = 0$$

Dengan menggunakan bantuan dari *maple*, sehingga didapatkan persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$0.9999999444\lambda^6 + 3.779000916\lambda^5 + 2.270820850\lambda^4 - 1.95142873\lambda^3 \\ - 2.30215383\lambda^2 - 0.716158535\lambda - 0.07107378640$$

Untuk mencari kestabilan pada titik kesetimbangan bebas kecanduan dapat menggunakan tabel *Routh-Hurwitz* sebagai berikut:

Tabel 4.3 Tabel Kriteria *Routh-Hurwitz*

λ^6	$\alpha_0 = 0.99999944$ 4	$\alpha_2 = 2.270820850$	$\alpha_4 = -2.30215383$	$\alpha_6 = -0.07107378640$
λ^5	$\alpha_1 = 3.779000916$	$\alpha_3 = -1.95142873$	$\alpha_5 = -0.716158535$	
λ^4	$b_1 = \frac{a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3}{a_1} =$ 2.787208292	$b_2 = \frac{a_1 \cdot a_4 - a_0 \cdot a_5}{a_1} =$ -2.112643822	$b_3 = \frac{a_1 \cdot a_5 - a_0 \cdot a_6}{a_1}$ = -0.6973509762	
λ^3	$c_1 = \frac{b_1 \cdot a_3 - a_1 \cdot b_2}{b_1}$ = 0.9129725282	$c_2 = \frac{b_1 \cdot a_5 - a_1 \cdot b_3}{b_1}$ = 0.2293359175	$c_3 = \frac{b_1 \cdot a_6 - a_1 \cdot b_4}{b_1}$ = -0.07107378640	
λ^2	$d_1 = \frac{c_1 \cdot b_2 - b_1 \cdot c_2}{c_1}$ = -2.812782053	$d_2 = \frac{c_1 \cdot b_3 - b_1 \cdot c_3}{c_1}$ = -0.4803702449	$d_3 = \frac{c_1 \cdot b_4 - b_1 \cdot c_4}{c_1}$ = 0	

λ^1	e_1 $= \frac{d_1 \cdot c_2 - c_1 \cdot d_2}{d_1}$ $= 0.07341738962$	$e_2 = \frac{d_1 \cdot c_3 - c_1 \cdot d_3}{d_1}$ $= -0.07107378639$		
λ^0	f_1 $= \frac{e_1 \cdot d_2 - d_1 \cdot e_2}{e_1}$ $= -3.203363691$			

Berdasarkan perhitungan di atas, suatu sistem dikatakan stabil jika tabel *Routh-Hurwitz* menyatakan banyaknya perubahan tanda dari koefisien-koefisien pada kolom pertama dari susunan deret *Routh-Hurwitz* sama dengan banyaknya akar bagian nyata bernilai positif. Dengan kata lain, bernilai stabil jika semua koefisien pada kolom pertama bertanda positif. Sehingga dapat disimpulkan bahwa persamaan tidak stabil karena terdapat tanda negatif pada kolom pertama. Perhitungan nilai eigen pada matriks Jacobi menunjukkan keseluruhan bernilai negatif sehingga dapat disimpulkan nilai eigen stabil.

2. Analisis Kestabilan Titik Kesetimbangan Kecanduan

Hasil linearisasi titik kesetimbangan kecanduan menggunakan matriks Jacobian sebagai berikut:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial S}{\partial S} & \frac{\partial S}{\partial E} & \frac{\partial S}{\partial A_1} & \frac{\partial S}{\partial A_2} & \frac{\partial S}{\partial R} & \frac{\partial S}{\partial Q} \\ \frac{\partial S}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial A_1} & \frac{\partial E}{\partial A_2} & \frac{\partial E}{\partial R} & \frac{\partial E}{\partial Q} \\ \frac{\partial E}{\partial S} & \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial A_1}{\partial A_1} & \frac{\partial A_2}{\partial A_2} & \frac{\partial R}{\partial R} & \frac{\partial Q}{\partial Q} \\ \frac{\partial A_1}{\partial S} & \frac{\partial A_1}{\partial E} & \frac{\partial A_1}{\partial A_1} & \frac{\partial A_1}{\partial A_2} & \frac{\partial A_1}{\partial R} & \frac{\partial A_1}{\partial Q} \\ \frac{\partial A_1}{\partial S} & \frac{\partial A_1}{\partial E} & \frac{\partial A_1}{\partial A_1} & \frac{\partial A_2}{\partial A_2} & \frac{\partial A_2}{\partial R} & \frac{\partial A_2}{\partial Q} \\ \frac{\partial A_2}{\partial S} & \frac{\partial A_2}{\partial E} & \frac{\partial A_2}{\partial A_1} & \frac{\partial A_2}{\partial A_2} & \frac{\partial A_2}{\partial R} & \frac{\partial A_2}{\partial Q} \\ \frac{\partial S}{\partial R} & \frac{\partial E}{\partial R} & \frac{\partial A_1}{\partial R} & \frac{\partial A_2}{\partial R} & \frac{\partial R}{\partial R} & \frac{\partial Q}{\partial R} \\ \frac{\partial R}{\partial S} & \frac{\partial R}{\partial E} & \frac{\partial R}{\partial A_1} & \frac{\partial R}{\partial A_2} & \frac{\partial R}{\partial R} & \frac{\partial R}{\partial Q} \\ \frac{\partial Q}{\partial S} & \frac{\partial Q}{\partial E} & \frac{\partial Q}{\partial A_1} & \frac{\partial Q}{\partial A_2} & \frac{\partial Q}{\partial R} & \frac{\partial Q}{\partial Q} \\ \frac{\partial S}{\partial Q} & \frac{\partial E}{\partial Q} & \frac{\partial A_1}{\partial Q} & \frac{\partial A_2}{\partial Q} & \frac{\partial R}{\partial Q} & \frac{\partial Q}{\partial Q} \end{bmatrix}$$

Sehingga didapatkan:

$$J(E^*) =$$

$$\begin{bmatrix} -\beta_1\sigma_1A_1 - \beta_2\sigma_2A_2 - k - \mu & 0 & -\beta_1\sigma_1S & -\beta_2\sigma_2S & \gamma\eta & 0 \\ \beta_1\sigma_1 + \beta_2\sigma_2 & -(\delta_1) - (\delta_2) - \mu & \beta_1\sigma_1S & \beta_2\sigma_2S & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_1\delta_1) & -\epsilon - \varepsilon_1 - \rho - \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_2\delta_2) & \epsilon & -\varepsilon_2 - \rho - \mu & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \alpha_1)\delta_1 + (1 - \alpha_2)\delta_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & -\eta - \mu & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & (1 - \gamma)\eta & -\mu \end{bmatrix}$$

Kemudian substitusi hasil dari titik kesetimbangan kecanduan E^* ke dalam matriks $J(E^*)$ sehingga menghasilkan:

$$\begin{bmatrix} -\beta_1\sigma_1A_1 - \beta_2\sigma_2A_2 - k - \mu & 0 & -\beta_1\sigma_1\left(\frac{\delta\varepsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma}\right) & -\beta_2\sigma_2\left(\frac{\delta\varepsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma}\right) & \gamma\eta & 0 \\ \beta_1\sigma_1A_1 + \beta_2\sigma_2A_2 & -(\delta_1) - (\delta_2) - \mu & \beta_1\sigma_1\left(\frac{\delta\varepsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma}\right) & \beta_2\sigma_2\left(\frac{\delta\varepsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma}\right) & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_1\delta_1) & -\epsilon - \varepsilon_1 - \rho - \mu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_2\delta_2) & \epsilon & -\varepsilon_2 - \rho - \mu & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \alpha_1)\delta_1 + (1 - \alpha_2)\delta_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & -\eta - \mu & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & (1 - \gamma)\eta & -\mu \end{bmatrix}$$

Kemudian menentukan nilai eigen matriks $J(E_0)$. Nilai eigen dapat diperoleh dari $\det(\lambda I - J_1) = 0$ sehingga menghasilkan:

$$\begin{bmatrix} -\beta_1\sigma_1A_1 - \beta_2\sigma_2A_2 - k - \mu - \lambda & 0 & -\frac{\beta_1\sigma_1\delta\varepsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} & -\frac{\beta_2\sigma_2\delta\varepsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} & \gamma\eta & 0 \\ \beta_1\sigma_1A_1 + \beta_2\sigma_2A_2 & -(\delta_1) - (\delta_2) - \mu - \lambda & \frac{\beta_1\sigma_1\delta\varepsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} & \frac{\beta_2\sigma_2\delta\varepsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_1\delta_1) & -\epsilon - \varepsilon_1 - \rho - \mu - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & (\alpha_2\delta_2) & \epsilon & -\varepsilon_2 - \rho - \mu - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \alpha_1)\delta_1 + (1 - \alpha_2)\delta_2 & \varepsilon_1 & \varepsilon_2 & -\eta - \mu - \lambda & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & (1 - \gamma)\eta & -\mu - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Dengan mengsubtitusikan nilai parameter pada tabel (4.2) ke dalam matriks Jacobi maka menghasilkan:

$$\begin{bmatrix} -0.6876 - \lambda & 0 & -0.5769230769 & -0.2453846154 & 0.140 & 0 \\ 0.4276 & -0.71 - \lambda & 0.5769230769 & 0.2453846154 & 0 & 0 \\ 0 & 0.175 & -1.648 - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05082 & 0.688 & -0.261 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0.23418 & 0.7 & 0.001 & -0.65 - \lambda & 0 \\ 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0.260 & -0.25 - \lambda \end{bmatrix} = 0$$

Dengan menggunakan bantuan dari *maple*, sehingga didapatkan persamaan karakteristik sebagai berikut:

$$1.000000167\lambda^6 + 4.206597168\lambda^5 + 6.611368055\lambda^4 + 5.00707815\lambda^3 \\ + 1.92389846\lambda^2 + 0.344866476\lambda + 0.02225824523$$

Untuk mencari kestabilan pada titik kesetimbangan bebas kecanduan dapat menggunakan tabel *Routh-Hurwitz* sebagai berikut:

Tabel 4.4 Tabel Kriteria *Routh-Hurwitz*

λ^6	α_0 $= 1.000000167$	α_2 $= 6.611368055$	α_4 $= 1.92389846$	α_6 $= 0.02225824523$
λ^5	α_1 $= 4.206597168$	$\alpha_3 = 5.00707815$	α_5 $= 0.344866476$	
λ^4	b_1 $= \frac{a_1 \cdot a_2 - a_0 \cdot a_3}{a_1}$ $= 5.421076048$	b_2 $= \frac{a_1 \cdot a_4 - a_0 \cdot a_5}{a_1}$ $= 1.8141916562$	b_3 $= \frac{a_1 \cdot a_5 - a_0 \cdot a_6}{a_1}$ $= 0.3395734882$	
λ^3	c_1 $= \frac{b_1 \cdot a_3 - a_1 \cdot b_2}{b_1}$ $= 3.577804530$	c_2 $= \frac{b_1 \cdot a_5 - a_1 \cdot b_3}{b_1}$ $= 0.08136562042$	c_3 $= \frac{b_1 \cdot a_6 - a_1 \cdot b_4}{b_1}$ $= 0.02225824523$	
λ^2	d_1 $= \frac{c_1 \cdot b_2 - b_1 \cdot c_2}{c_1}$ $= 1.718631678$	d_2 $= \frac{c_1 \cdot b_3 - b_1 \cdot c_3}{c_1}$ $= 0.3058478782$	d_3 $= \frac{c_1 \cdot b_4 - b_1 \cdot c_4}{c_1}$ $= 0$	

λ^1	e_1 $= \frac{d_1 \cdot c_2 - c_1 \cdot d_2}{d_1}$ $= 0.5553408583$	e_2 $= \frac{d_1 \cdot c_3 - c_1 \cdot d_3}{d_1}$ $= 0.02225824523$		
λ^0	f_1 $= \frac{e_1 \cdot d_2 - d_1 \cdot e_2}{e_1}$ $= 0.3747312042$			

Berdasarkan perhitungan di atas, suatu sistem dikatakan stabil jika tabel *Routh-Hurwitz* menyatakan banyaknya perubahan tanda dari koefisien-koefisien pada kolom pertama dari susunan deret *Routh-Hurwitz* sama dengan banyaknya akar bagian nyata bernilai positif. Dengan kata lain, bernilai stabil jika semua koefisien pada kolom pertama bertanda positif. Sehingga dapat disimpulkan bahwa persamaan stabil karena tidak terdapat tanda negatif pada kolom pertama. Perhitungan nilai eigen pada matriks Jacobi menunjukkan keseluruhan bernilai negatif sehingga dapat disimpulkan nilai eigen stabil.

4.2.3 Menentukan Bilangan Reproduksi Dasar (R_0)

Suatu bilangan reproduksi dasar (R_0) dapat dicari dengan matriks *Next-Generation*. Berikut terdapat langkah-langkah untuk mencari bilangan reproduksi dasar (R_0) sebagai beriku:

1. Menentukan sistem persamaan yang memiliki keterkaitan dengan penularan kecanduan Media Sosial, dimana pada model kecanduan Media Sosial ini yang memiliki keterkaitan yaitu E, A_1, A_2 .
2. Bentuk linierisasi sistem persamaan kecanduan Media Sosial pada titik kesetimbangan bebas kecanduan menggunakan matriks Jacobi

$$J_{(E_1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial A_1} & \frac{\partial E}{\partial A_2} \\ \frac{\partial A_1}{\partial E} & \frac{\partial A_1}{\partial A_1} & \frac{\partial A_1}{\partial A_2} \\ \frac{\partial A_2}{\partial E} & \frac{\partial A_2}{\partial A_1} & \frac{\partial A_2}{\partial A_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\delta_1) - (\delta_2) - \mu & \beta_1 \sigma_1 S & \beta_2 \sigma_2 S \\ (\alpha_1 \delta_1) & -\epsilon - \varepsilon_1 - \rho - \mu & 0 \\ (\alpha_2 \delta_2) & \epsilon & -\varepsilon_2 - \rho - \mu \end{bmatrix}$$

$$J_{(E_1)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial E}{\partial E} & \frac{\partial E}{\partial A_1} & \frac{\partial E}{\partial A_2} \\ \frac{\partial A_1}{\partial E} & \frac{\partial A_1}{\partial A_1} & \frac{\partial A_1}{\partial A_2} \\ \frac{\partial A_2}{\partial E} & \frac{\partial A_2}{\partial A_1} & \frac{\partial A_2}{\partial A_2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(\delta_1) - (\delta_2) - \mu & \beta_1 \sigma_1 \left(\frac{\pi}{k}\right) & \beta_2 \sigma_2 \left(\frac{\pi}{k}\right) \\ (\alpha_1 \delta_1) & -\epsilon - \varepsilon_1 - \rho - \mu & 0 \\ (\alpha_2 \delta_2) & \epsilon & -\varepsilon_2 - \rho - \mu \end{bmatrix}$$

3. Kemudian dilakukan dekomposisi dari matriks Jacobian. Selanjutnya bilangan reproduksi dasar dapat diketahui menggunakan matriks *Next-Generation*.

$$F = \begin{pmatrix} 0 & \beta_1 \sigma_1 S & \beta_2 \sigma_2 S \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \beta_1 \sigma_1 \left(\frac{\pi}{k}\right) & \beta_2 \sigma_2 \left(\frac{\pi}{k}\right) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$V = \begin{pmatrix} -(\delta_1) - (\delta_2) - \mu & 0 & 0 \\ (\alpha_1 \delta_1) & -\epsilon - \varepsilon_1 - \rho - \mu & 0 \\ (\alpha_2 \delta_2) & \epsilon & -\varepsilon_2 - \rho - \mu \end{pmatrix}$$

4. Menentukan V^{-1} dengan menggunakan F yang merupakan matriks transmisi yang memberikan gambaran laju bertambahnya kecanduan dan juga menggunakan V yang merupakan matriks transisi yang memberikan gambaran laju berkurangnya kecanduan. Maka dari itu diperoleh:

$$V^{-1} =$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{-\delta_1 + \delta_2 + \mu} & \frac{0}{-\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu} & \frac{0}{-\varepsilon_2 + \rho + \mu} \\ \frac{-\alpha_1 \theta_1}{(\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu)(\delta_1 + \delta_2 + \mu)} & \frac{1}{\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu} & \frac{1}{\varepsilon_2 + \rho + \mu} \\ \frac{-\mu \alpha_2 \delta_2 + \rho \alpha_2 \delta_2 + \epsilon \alpha_1 \delta_1 + \epsilon \alpha_2 \delta_2 + \alpha_2 \delta_2 \varepsilon_1}{(\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu)(\delta_1 + \delta_2 + \mu)(\varepsilon_2 + \rho + \mu)} & \frac{-1}{(\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu)(\delta_1 + \delta_2 + \mu)(\varepsilon_2 + \rho + \mu)} & \frac{1}{\varepsilon_2 + \rho + \mu} \end{pmatrix}$$

5. Menentukan R_0 menggunakan $R_0 = \rho(FV^{-1})$, dengan $\rho(FV^{-1})$ merupakan nilai eigen absolut dominan (radius spectral) dari K (Matriks *Next-Generation*), maka:

$$K = (F \cdot V^{-1})$$

$$\begin{aligned}
&= \begin{pmatrix} 0 & \beta_1 \sigma_1 \left(\frac{\pi}{k} \right) & \beta_2 \sigma_2 \left(\frac{\pi}{k} \right) \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&\quad \begin{pmatrix} -\frac{1}{\delta_1 + \delta_2 + \mu} & 0 & 0 \\ -\frac{\alpha_1 \theta_1}{(\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu)(\delta_1 + \delta_2 + \mu)} & -\frac{1}{\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu} & 0 \\ -\frac{\mu \alpha_2 \delta_2 + \rho \alpha_2 \delta_2 + \epsilon \alpha_1 \delta_1 + \epsilon \alpha_2 \delta_2 + \alpha_2 \delta_2 \varepsilon_1}{(\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu)(\delta_1 + \delta_2 + \mu)(\varepsilon_2 + \rho + \mu)} & -\frac{1}{(\varepsilon_2 + \rho + \mu)(\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu)} & -\frac{1}{\varepsilon_2 + \rho + \mu} \end{pmatrix} \\
&= \begin{pmatrix} -\frac{\pi \beta_1 \sigma_1 \alpha_1 \delta_1}{(k+\mu)(\epsilon+\varepsilon_1+\rho+\mu)(\delta_1+\delta_2+\mu)} & -\frac{\pi \beta_2 \sigma_2 (\mu \alpha_2 \delta_2 + \rho \alpha_2 \delta_1 + \epsilon \alpha_1 \delta_1 + \epsilon \alpha_2 \delta_2 + \alpha_2 \delta_2 \varepsilon_1)}{(\epsilon+\varepsilon_1+\rho+\mu)(\delta_1+\delta_2+\mu)(\varepsilon_2+\rho+\mu)} & -\frac{\pi \beta_1 \sigma_1}{(k+\mu)(\epsilon+\varepsilon_1+\rho+\mu)} & -\frac{\pi \beta_2 \sigma_2 \epsilon}{(k+\mu)(\mu+\rho+\epsilon+\varepsilon_2)(\epsilon+\varepsilon_1+\rho+\mu)} & -\frac{\pi \beta_2 \sigma_2}{(k+\mu)(\mu+\rho+\varepsilon_2)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

Sehingga bilangan reproduksi dasar (R_0) sebagai berikut:

$$R_0 = \rho(K)$$

$$\begin{aligned}
&= \rho \begin{pmatrix} -\frac{\pi \beta_1 \sigma_1 \alpha_1 \delta_1}{(k+\mu)(\epsilon+\varepsilon_1+\rho+\mu)(\delta_1+\delta_2+\mu)} & -\frac{\pi \beta_2 \sigma_2 (\mu \alpha_2 \delta_2 + \rho \alpha_2 \delta_1 + \epsilon \alpha_1 \delta_1 + \epsilon \alpha_2 \delta_2 + \alpha_2 \delta_2 \varepsilon_1)}{(\epsilon+\varepsilon_1+\rho+\mu)(\delta_1+\delta_2+\mu)(\varepsilon_2+\rho+\mu)} & -\frac{\pi \beta_1 \sigma_1}{(k+\mu)(\epsilon+\varepsilon_1+\rho+\mu)} & -\frac{\pi \beta_2 \sigma_2 \epsilon}{(k+\mu)(\mu+\rho+\epsilon+\varepsilon_2)(\epsilon+\varepsilon_1+\rho+\mu)} & -\frac{\pi \beta_2 \sigma_2}{(k+\mu)(\mu+\rho+\varepsilon_2)} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \\
&= \frac{(\pi(\mu \alpha_1 \beta_1 \delta_1 \sigma_1 + \mu \alpha_2 \beta_2 \delta_2 \sigma_2 + \rho \alpha_1 \beta_1 \delta_1 \sigma_1 + \rho \alpha_2 \beta_2 \sigma_2 + \epsilon \alpha_1 \beta_2 \delta_1 \sigma_2 + \epsilon \alpha_2 \beta_2 \delta_2 \sigma_2 + \alpha_1 \beta_1 \delta_1 \varepsilon_2 \sigma_1 + \alpha_2 \beta_2 \delta_2 \varepsilon_1 \sigma_2))}{(k+\mu)(\mu+\rho+\varepsilon_2)(\mu+\rho+\epsilon+\varepsilon_1)(\mu+\delta_1+\delta_2)}
\end{aligned}$$

Dengan menggunakan nilai parameter pada tabel (4.2), maka

$$R_0 = \frac{(\pi(\mu \alpha_1 \beta_1 \delta_1 \sigma_1 + \mu \alpha_2 \beta_2 \delta_2 \sigma_2 + \rho \alpha_1 \beta_1 \delta_1 \sigma_1 + \rho \alpha_2 \beta_2 \sigma_2 + \epsilon \alpha_1 \beta_2 \delta_1 \sigma_2 + \epsilon \alpha_2 \beta_2 \delta_2 \sigma_2 + \alpha_1 \beta_1 \delta_1 \varepsilon_2 \sigma_1 + \alpha_2 \beta_2 \delta_2 \varepsilon_1 \sigma_2))}{(k+\mu)(\mu+\rho+\varepsilon_2)(\mu+\rho+\epsilon+\varepsilon_1)(\mu+\delta_1+\delta_2)}$$

$$R_0 = 0.2503236655$$

Berdasarkan hasil perhitungan yang ditemukan maka terbukti bahwa $R_0 < 1$, maka dapat disimpulkan bahwa bilangan reproduksi dasar (R_0) bersifat stabil asimtotik lokal pada titik kesetimbangan bebas kecanduan. Maka jumlah kecanduan akan berkurang dari waktu ke waktu dengan sendirinya dan tingkat kecanduan semakin lama akan semakin menurun (Giesecke, 2017).

4.1.2 Penyelesaian Kontrol Optimal Model Kecanduan Media Sosial

Nilai parameter pada Tabel 4.2 akan disubstitusikan pada model kecanduan Media Sosial dengan kontrol, sehingga diperoleh persamaan berikut:

$$\begin{aligned} \frac{dS}{dt} &= 0,5 + (0,35)(0,4)R - (1 - u_1)((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2)S - (0,01 \\ &\quad + u_1 + 0,25)S \\ \frac{dE}{dt} &= (1 - u_1)((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2)S - (0,25 + 0,21 + u_2 + 0,25)E \\ \frac{dA_1}{dt} &= 0,71(0,25 + u_2)E - (0,688 + u_2 + 0,7 + 0,01 + 0,25)A_1 \\ \frac{dA_2}{dt} &= 0,22(0,21 + u_2)E + (0,688 + u_2)A_1 - (0,001 + u_2 + 0,01 + 0,25)A_2 \\ \frac{dR}{dt} &= [(1 - 0,71)(0,25 + u_2) + (1 - 0,22)(0,21 + u_2)]E + (0,7 + u_2)A_1 \\ &\quad + (0,001 + u_2)A_2 - (0,4 + 0,25)R \\ \frac{dQ}{dt} &= (0,01 + u_1)S + (1 - 0,35)0,4R - 0,25Q \end{aligned}$$

Pada model SEA_1A_2RQ digunakan dua kontrol yaitu u_1 digunakan untuk membatasi interaksi antara individu *Susceptible* dengan individu *Addicted* dengan memberikan edukasi dan sosialisasi tentang dampak negatif penggunaan Media Sosial secara berlebihan. Variabel kontrol u_2 digunakan untuk membatasi perpindahan individu *Exposed*, *Addicted*₁ dan *Addicted*₂ ke kompartemen lain sehingga semakin sedikit pengguna Media Sosial yang kecanduan akan semakin baik. Maka kontrol optimal akan dilakukan dengan mengoptimalkan model dengan meminimumkan pertumbuhan populasi *Exposed*, *Addicted*₁ dan *Addicted*₂. Secara umum masalah kontrol optimal didefinisikan sebagai berikut:

$$J = h(x(t_f), t_f) + \int_{t_0}^{t_f} g(x(t), u(t), t) dt$$

Untuk menentukan fungsi tujuan, perlu ditentukan tujuan kontrol dan komponen biaya. Pada penelitian ini, tujuan kontrolnya adalah populasi *Exposed*, *Addicted₁* dan *Addicted₂*. Dikarenakan u_1 dan u_2 merupakan hubungan yang tak linier, maka fungsi biaya dibentuk menjadi model non linier dengan fungsi kuadratik $u_1^2(t), u_2^2(t)$. Maka fungsi biaya untuk dua kontrol yaitu $w_1 u_1^2(t), w_2 u_2^2(t)$ dimana w_1 dan w_2 adalah bobot biaya untuk variabel kontrol serta adanya b_1, b_2, b_3 yang merupakan bobot untuk populasi *Exposed*, *Addicted₁* dan *Addicted₂*. Sehingga formulasi *objective function* yang menggabungkan semua komponen biaya dengan bobotnya masing-masing sebagai berikut:

$$J(u_1, u_2) = E_{tf} + A_{1\ tf} + A_{2\ tf} \\ + \int_0^{tf} \left(b_1 E + b_2 A_1 + b_3 A_2 + \frac{1}{2} (w_1 u_1^2 + w_2 u_2^2) \right) dt$$

Fungsi di atas disebut fungsi Bolza yang merupakan kombinasi dari bentuk Mayer dan Lagrange. $E_{tf} + A_{1\ tf} + A_{2\ tf}$ adalah fungsi Mayer yang bertujuan untuk mengoptimalkan waktu akhir (t_f), sedangkan $\int_0^{tf} \left(b_1 E + b_2 A_1 + b_3 A_2 + \frac{1}{2} (w_1 u_1^2 + w_2 u_2^2) \right) dt$ merupakan fungsi Lagrange yang bertujuan untuk meminimalkan populasi *Exposed*, *Addicted₁* dan *Addicted₂* pada interval waktu $[t_0; t_f]$. Karena fokus utama penelitian ini adalah meminimalkan jumlah populasi pengguna Media Sosial yang belum dan sudah kecanduan, maka fungsi Mayer diabaikan atau dianggap nol untuk menyederhanakan masalah. Jika fungsi tujuan kontrol optimal berfokus pada fungsi Lagrange atau *running cost*, maka *objective function* dapat diformulasikan sebagai berikut:

$$J = \int_0^{t_f} \left(b_1 E + b_2 A_1 + b_3 A_2 + \frac{1}{2} (w_1 u_1^2 + w_2 u_2^2) \right) dt$$

dengan fungsi Lagrange

$$L(u) = b_1 E + b_2 A_1 + b_3 A_2 + \frac{1}{2} w_1 u_1^2 + \frac{1}{2} w_2 u_2^2$$

Selanjutnya digunakan Prinsip Maksimum Pontryagin untuk mendapatkan kondisi yang diperlukan untuk kontrol optimal. Nilai $\frac{1}{2}$ menunjukkan bahwa kepentingan biaya dari kontrol u_1 dan u_2 adalah sama. Solusi optimal dari masalah kontrol optimal bisa diperoleh dari fungsi Hamiltonian dengan menggabungkan *objective function* dan *variable state*. Setiap variabel *state* harus dikalikan dengan multiplayer Lagrange yang dilambangkan dengan λ dimana $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$ adalah fungsi adjoint yang terkait dengan persamaan untuk keadaan masing masing variabel SEA_1A_2RQ .

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = & b_1 E + b_2 A_1 + b_3 A_2 + \frac{1}{2} w_1 u_1^2 + \frac{1}{2} w_2 u_2^2 \\ & + \lambda_1 [0,5 + (0,35)(0,4)R - (1 - u_1)((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2)S - (0,01 + u_1 + 0,25)S] \\ & + \lambda_2 [(1 - u_1)((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2)S - (0,25 + 0,21 + u_2 + 0,25)E] \\ & + \lambda_3 [0,71(0,25 + u_2)E - (0,688 + u_2 + 0,7 + 0,01 + 0,25)A_1] \\ & + \lambda_4 [0,22(0,21 + u_2)E + (0,688 + u_2)A_1 - (0,001 + u_2 + 0,01 + 0,25)A_2] \\ & + \lambda_5 [(1 - 0,71)(0,25 + u_2) + (1 - 0,22)(0,21 + u_2)]E + (0,7 + u_2)A_1 + (0,001 + u_2)A_2 \\ & - (0,4 + 0,25)R] + \lambda_6 [(0,01 + u_1)S + (1 - 0,35)0,4R - 0,25Q] \end{aligned}$$

dimana $\lambda_i, i = 1, \dots, 6$ adalah variabel fungsi adjoint yang akan ditentukan

Berdasarkan Hamiltonian diatas, akan ditentukan persamaan *state* dan persamaan *co-state*. Persamaan *state* adalah persamaan yang menjadi kendala dalam menyelesaikan masalah kontrol optimal. Persamaan *state* diperoleh dari

turunan fungsi Hamiltonian terhadap masing-masing $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4, \lambda_5, \lambda_6$. Maka persamaan *state* dari Hamiltonian tersebut adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda_1} &= 0,5 + (0,35)(0,4)R - (1 - u_1)((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2)S \\ &\quad - (0,01 + u_1 + 0,25)S \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda_2} &= (1 - u_1)((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2)S - (0,25 + 0,21 + u_2 + 0,25)E \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda_3} &= 0,71(0,25 + u_2)E - (0,688 + u_2 + 0,7 + 0,01 + 0,25)A_1 \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda_4} &= 0,22(0,21 + u_2)E + (0,688 + u_2)A_1 - (0,001 + u_2 + 0,01 + 0,25)A_2 \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda_5} &= [(1 - 0,71)(0,25 + u_2) + (1 - 0,22)(0,21 + u_2)]E + (0,7 + u_2)A_1 \\ &\quad + (0,001 + u_2)A_2 - (0,4 + 0,25)R \\ \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial \lambda_6} &= (0,01 + u_1)S + (1 - 0,35)0,4R - 0,25Q\end{aligned}$$

dengan kondisi awal $S(0) = S_0, E(0) = E_0, A_1(0) = A_{10}, A_2(0) = A_{20}, R(0) = R_0, Q(0) = Q_0$

Persamaan *co-state* merupakan nilai negatif dari Hamiltonian yang diturunkan terhadap variabel-variabel *state*. Terdapat variabel adjoint $\lambda_i, i = 1, \dots, 6$ yang memenuhi persamaan di bawah ini:

$$\frac{d\lambda_1}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial S}(t)$$

$$\frac{d\lambda_2}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial E}(t)$$

$$\frac{d\lambda_3}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial A_1}(t)$$

$$\frac{d\lambda_4}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial A_2}(t)$$

$$\frac{d\lambda_5}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial R}(t)$$

$$\frac{d\lambda_6}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial Q}(t)$$

Dengan menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin, akan dibedakan fungsi Hamiltonian dan didapatkan sistem adjoint sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{d\lambda_1}{dt} &= -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial S} = \lambda_1((1-u_1)((0,6)(0,5)A_1+(0,58)(0,22)A_2)S + 0,01 + (1-u_1) \\ &\quad + 0,25) - \lambda_2((1-u_1)((0,6)(0,5)A_1+(0,58)(0,22)A_2)S) \\ &\quad - \lambda_6(0,01 + u_1)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\lambda_2}{dt} &= -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial E} = -b_1 + \lambda_2(0,25 + 0,21 + u_2 + 0,25) - \lambda_3(0,71(0,25 + u_2)) \\ &\quad - \lambda_4(0,22(0,21 + u_2)) \\ &\quad - \lambda_5((1-0,71)(0,25 + u_2) + (1-0,22)(0,21 + u_2))\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\lambda_3}{dt} &= -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial A_1} = -b_2 + \lambda_1((1-u_1)(0,6)(0,25)S) - \lambda_2((1-u_1)(0,6)(0,5)S) \\ &\quad - \lambda_3(0,688 + u_2 + 0,7 + 0,01 + 0,025) - \lambda_4(0,688 - u_2) \\ &\quad - \lambda_5(0,001 + u_2)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{d\lambda_4}{dt} &= -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial A_2} = -b_3 + \lambda_1((1-u_1)(0,58)(0,22)S) \\ &\quad - \lambda_2((1-u_1)(0,58)(0,22)S) + \lambda_4(0,001 + u_{2q} + 0,01 + 0,25) \\ &\quad - \lambda_5(0,001 + u_2)\end{aligned}$$

$$\frac{d\lambda_5}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial R} = -\lambda_1((0,35)(0,4)) + \lambda_5(0,4 + 0,25) - \lambda_6((1-0,35)4)$$

$$\frac{d\lambda_6}{dt} = -\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial Q} = \lambda_6(0,25)$$

Kemudian dicari nilai u_1 dan u_2 , agar kondisi optimal sehingga turunan fungsi Hamiltonian harus sama dengan 0.

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u_1} = 0 \text{ dan } \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u_2} = 0$$

a. Untuk $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u_1} = 0$ diperoleh

$$\begin{aligned} w_1 u_1 + \lambda_1((0,6)(0,5)A_1S + (0,58)(0,22)A_2S - S) - \\ \lambda_2((0,6)(0,5)A_1S + (0,58)(0,22)A_2S) + \lambda_6(S) = 0 \\ w_1 u_1 = -\lambda_1((0,6)(0,5)A_1S + (0,58)(0,22)A_2S - S) \\ + \lambda_2((0,6)(0,5)A_1S + (0,58)(0,22)A_2S) - \lambda_6(S) \end{aligned}$$

$$u_1 = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(0,6)(0,5)A_1S + (0,58)(0,22)A_2S + (\lambda_1 - \lambda_6)S}{w_1}$$

b. Untuk $\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial u_2} = 0$ diperoleh

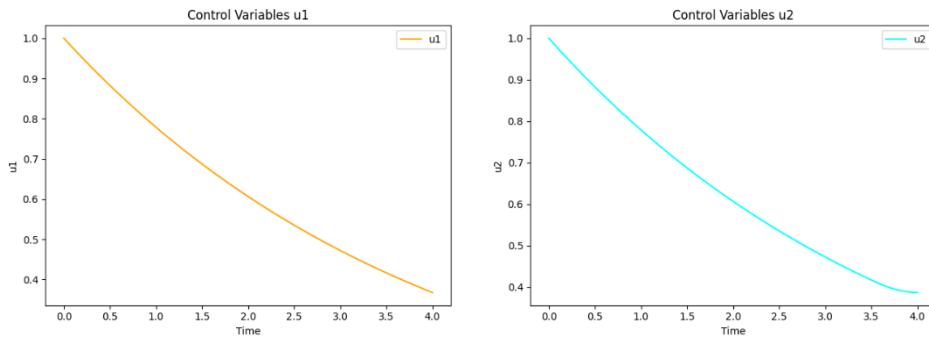
$$\begin{aligned} w_2 u_2 - \lambda_2(E) + \lambda_3(0,71E - A_1) + \lambda_4(0,22E + A_1 - A_2) - \\ \lambda_5(0,71E + 0,22E - E - A_1 - A_2) = 0 \\ w_2 u_2 = \lambda_2(E) - \lambda_3(0,71E - A_1) - \lambda_4(0,22E + A_1 - A_2) \\ + \lambda_5(0,71E + 0,22E - E - A_1 - A_2) \\ u_2 = \frac{(\lambda_2 - \lambda_5)E + (\lambda_5 - \lambda_3)0,71E - A_1 + (\lambda_5 - \lambda_4)0,22E - A_2 - (\lambda_4)A_1}{w_2} \end{aligned}$$

Jika $u_{1,2}(t) = 1$, maka kontrol tersebut dapat dikatakan optimal atau efektif dan jika $u_{1,2}(t) = 0$, maka dapat dikatakan pemberian kontrol tidak berpengaruh dalam mengurangi jumlah populasi *Exposed*, *Addicted*₁ dan *Addicted*₂. Dengan kondisi transversalitas, $\lambda_i(tf) = 0, i = 1, \dots, 6$ dan nilai kontrol optimal di atas bisa dituliskan

$$u_1^* = \max \left\{ 0, \min \left(1, \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(0,6)(0,5)A_1S + (0,58)(0,22)A_2S + (\lambda_1 - \lambda_6)S}{w_1} \right) \right\}$$

$$u_2^* = \max \left\{ 0, \min \left(1, \frac{(\lambda_2 - \lambda_5)E + (\lambda_5 - \lambda_3)0,71E - A_1 + (\lambda_5 - \lambda_4)0,22E - A_2 - (\lambda_4)A_1}{w_2} \right) \right\}$$

yang kemudian dapat disimulasikan sebagai berikut:



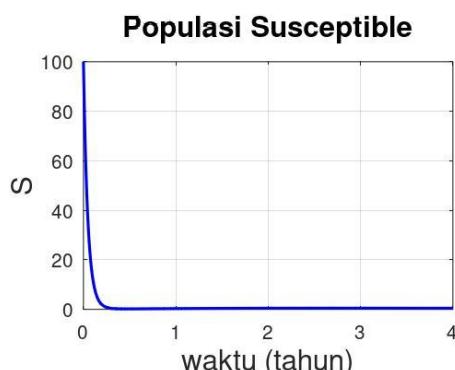
Gambar 4.2 Simulasi Variabel Kontrol u_1 dan u_2

4.2.4 Simulasi Numerik Model Matematika Kecanduan Media Sosial Berupa

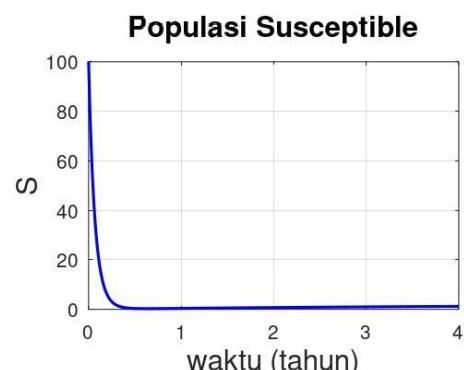
Grafik Menggunakan Maple

Dalam penelitian ini, simulasi dilakukan untuk menggambarkan penyebaran kecanduan Media Sosial menggunakan modifikasi model matematika, yaitu model S, E, A_1, A_2, R, Q yang telah melakukan penyembuhan dari kecanduan Media Sosial yang mereka alami. Pada simulasi ini, nilai parameter sesuai dengan Tabel (4.2). Kemudian menginput model, serta nilai awal dan parameter pada *software* Octave sehingga dapat diperoleh grafik sebagai berikut:

1. Pada variabel $S(t)$



Gambar 4.3 Simulasi modifikasi
model



Gambar 4.4 Simulasi model

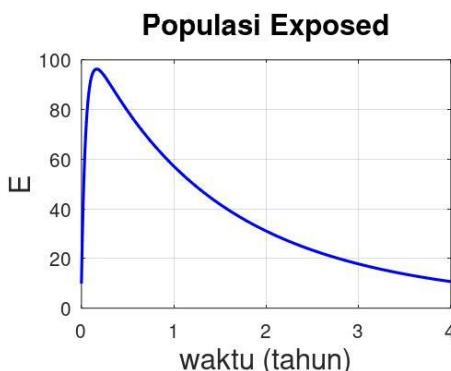
Alemneh & Alemu (2021)

Tabel 4.5 Tabel perbandingan $S(t)$

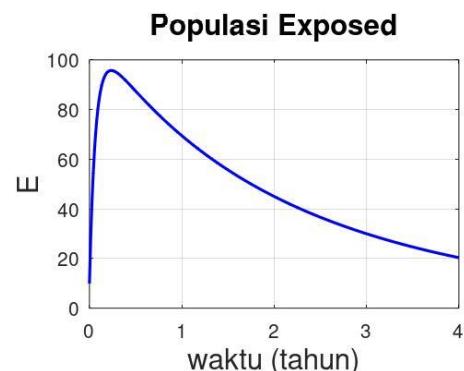
Waktu	$S(t)$ Model Modifikasi	$S(t)$ model Alemneh & Alemu (2021)
1	0.5809	0.13633
2	0.6272	0.43271
3	0.48365	1.3218
4	0.45702	1.0255

Dari pernyataan grafik dan juga perhitungan di atas, variabel $S(t)$ yang sudah di modifikasi lebih mendekati populasi 0 pada $t = 4$ tahun dibandingkan model yang belum dimodifikasi.

2. Pada variabel $E(t)$

**Gambar 4.5** Simulasi modifikasi

model

**Gambar 4.6** Simulasi model

Alemneh & Alemu (2021)

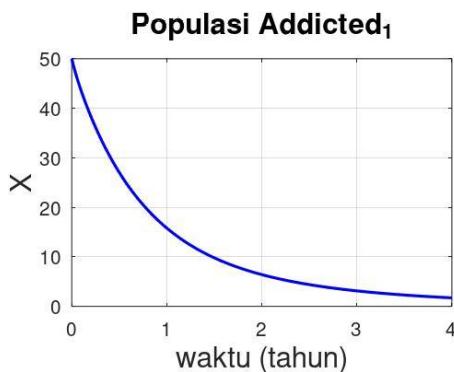
Tabel 4.6 Tabel perbandingan $E(t)$

Waktu	$E(t)$ Model Modifikasi	$E(t)$ model Alemneh & Alemu (2021)
1	57.152	69.192
2	31.066	44.889
3	17.812	30.367

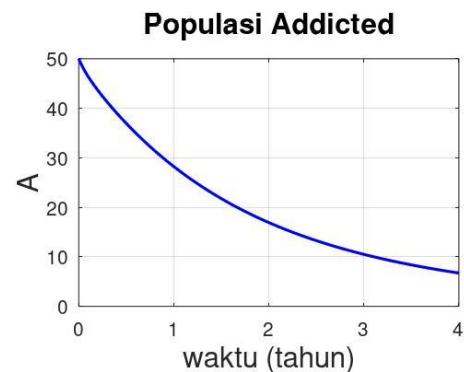
4	10.697	20.586
---	--------	--------

Dari pernyataan grafik dan juga perhitungan di atas, variabel $E(t)$ yang sudah di modifikasi lebih mendekati populasi 0 pada $t = 4$ tahun dibandingkan model yang belum dimodifikasi.

3. Pada variabel $A_1(t)$



Gambar 4.7 Simulasi modifikasi



Gambar 4.8 Simulasi model

model

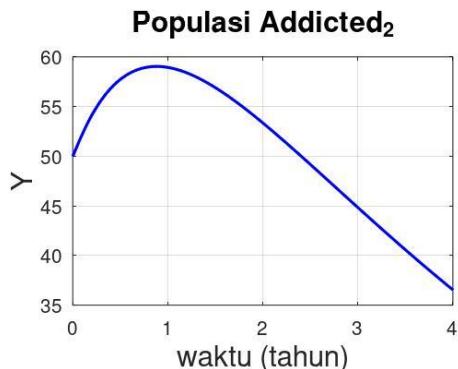
Alemneh & Alemu (2021)

Tabel 4.7 Tabel perbandingan $A_1(t)$

Waktu	$A_1(t)$ Model Modifikasi	$A(t)$ model
		Alemneh & Alemu (2021)
1	15.776	27.631
2	6.409	16.962
3	3.0319	10.738
4	1.6612	6.5884

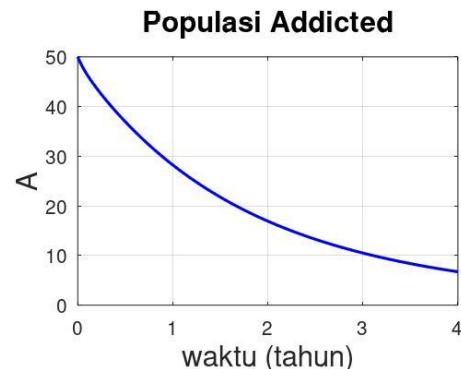
Dari pernyataan grafik dan juga perhitungan di atas, variabel $A_1(t)$ yang sudah di modifikasi lebih mendekati populasi 0 pada $t = 4$ tahun dibandingkan model yang belum dimodifikasi.

4. Pada variabel $A_2(t)$



Gambar 4.9 Simulasi modifikasi

model



Gambar 4.10 Simulasi model

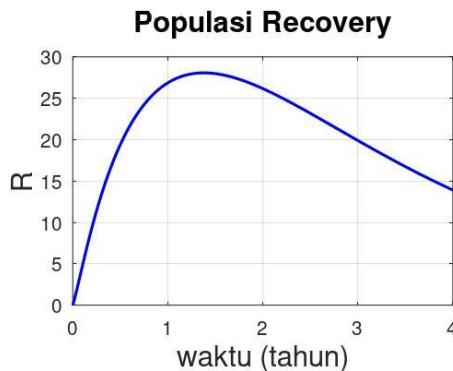
Alemneh & Alemu (2021)

Tabel 4.8 Tabel perbandingan $A_2(t)$

Waktu	$A_2(t)$ Model Modifikasi	$A(t)$ model Alemneh & Alemu (2021)
1	58.968	27.631
2	53.366	16.962
3	44.757	10.738
4	36.542	6.5884

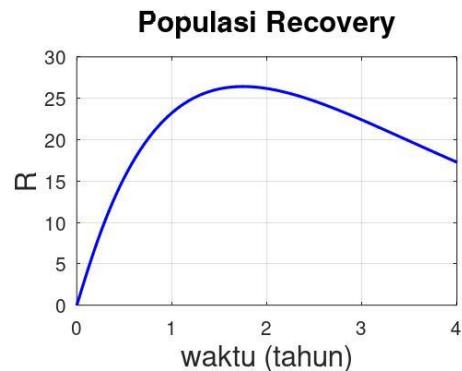
Dari pernyataan grafik dan juga perhitungan di atas, variabel $A_2(t)$ yang belum di modifikasi lebih mendekati populasi 0 pada $t = 4$ tahun dibandingkan model yang sudah dimodifikasi.

5. Pada variabel $R(t)$



Gambar 4.11 Simulasi modifikasi

model



Gambar 4.12 Simulasi model

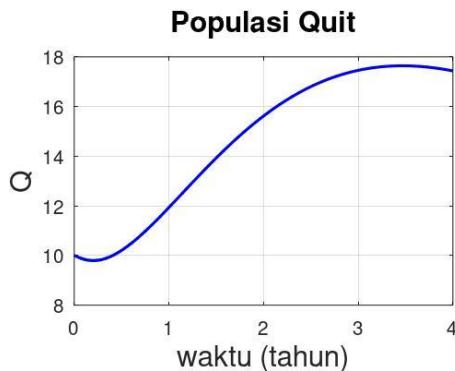
Alemneh & Alemu (2021)

Tabel 4.9 Tabel perbandingan $R(t)$

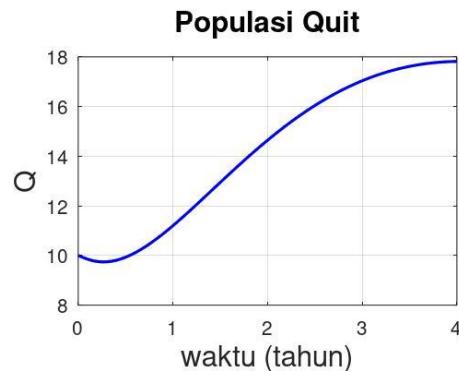
Waktu	$R(t)$ Model Modifikasi	$R(t)$ model Alemneh & Alemu (2021)
1	26.854	23.069
2	26.159	26.092
3	19.893	22.269
4	13.933	16.579

Dari pernyataan grafik dan juga perhitungan di atas, variabel $R(t)$ yang sudah di modifikasi lebih mendekati populasi 0 pada $t = 4$ tahun dibandingkan model yang belum dimodifikasi.

6. Pada variabel $Q(t)$

**Gambar 4.13** Simulasi modifikasi

model

**Gambar 4.14** simulasi model

Alemneh & Alemu (2021)

Tabel 4.10 Tabel perbandingan $Q(t)$

Waktu	$Q(t)$ Model Modifikasi	$Q(t)$ model Alemneh & Alemu (2021)
1	11.933	11.274
2	15.608	14.593
3	17.455	16.905
4	17.431	17.764

Dari pernyataan grafik dan juga perhitungan di atas, variabel $Q(t)$ yang sudah di modifikasi lebih mendekati populasi 0 pada $t = 4$ tahun dibandingkan model yang belum dimodifikasi.

Dari grafik yang dihasilkan, maka bisa dilihat perbandingan antara model yang belum dimodifikasi dan setelah dimodifikasi memiliki perbedaan yang cukup spesifik dan terbukti model yang sudah dimodifikasi lebih menghasilkan angka penurunan kecanduan yang lebih mendekati 0 pada $t = 4$. Sehingga dari grafik yang sudah dimodifikasi menyatakan meskipun banyak populasi yang kecanduan Media Sosial tetapi populasi individu yang berhasil dalam melakukan penyembuhan juga banyak. Hal ini menyebabkan populasi individu yang

menggunakan Media Sosial juga menurun sehingga angka kecanduan Media Sosial dari waktu ke waktu akan menurun kemudian menghilang dalam populasi. Hal ini sesuai dengan titik kesetimbangan bebas kecanduan Media Sosial yang diperoleh yaitu: $E_0 = (S, E, A_1, A_2, R, Q) = \left(\frac{\pi}{k}, 0, 0, 0, 0, \frac{\pi}{\mu}\right)$ dengan $R_0 = 0.2503236655 <$

1. Oleh karena itu, kecanduan Media Sosial perlahan-lahan akan berkurang dan akan menghilang seiring berjalananya waktu.

4.2 Perhitungan Numerik Model Kecanduan Media Sosial

Berdasarkan persamaan *state* dan *co-state* yang didapatkan berbentuk persamaan diferensial nonlinier yang sulit diselesaikan secara analitik, sehingga akan diselesaikan dengan pendekatan numerik. Pada pembahasan ini, akan dilakukan simulasi numerik menggunakan metode Runge Kutta orde 4. Simulasi ini digunakan untuk mengetahui efektivitas kontrol pengendalian masyarakat dan pengobatan untuk kecanduan Media Sosial. Untuk iterasi, akan digunakan skema maju mundur Runge Kutta orde 4. Skema maju digunakan untuk menyelesaikan persamaan *state*, sedangkan skema mundur digunakan untuk menyelesaikan persamaan *co-state*. Penyelesaian persamaan *state* menggunakan skema maju Runge Kutta orde 4 sebagai berikut:

$$S_{i+1} = S_i + \frac{h}{6} (k_{1,S} + 2k_{2,S} + 2k_{3,S} + k_{4,S})$$

$$E_{i+1} = E_i + \frac{h}{6} (k_{1,E} + 2k_{2,E} + 2k_{3,E} + k_{4,E})$$

$$A_{1,i+1} = A_{1,i} + \frac{h}{6} (k_{1,A1} + 2k_{2,A1} + 2k_{3,A1} + k_{4,A1})$$

$$A_{2,i+1} = A_{2,i} + \frac{h}{6} (k_{1,A2} + 2k_{2,A2} + 2k_{3,A2} + k_{4,A2})$$

$$R_{i+1} = R_i + \frac{h}{6} (k_{1,R} + 2k_{2,R} + 2k_{3,R} + k_{4,R})$$

$$Q_{i+1} = Q_i + \frac{h}{6} (k_{1,Q} + 2k_{2,Q} + 2k_{3,Q} + k_{4,Q})$$

dengan $i = 0, 1, 2, \dots, n$

Tahap 1 diskritisasi persamaan untuk k_1

$$\begin{aligned} k_{1,S} &= f(t_i, S_i) \\ &= 0,5 + (0,35)(0,4)R_i - (1 - u_{1,i})((0,6)(0,5)A_{1,i} + (0,58)(0,22)A_{2,i})S_i - \\ &\quad (0,01 + u_{1,i} + 0,25)S_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{1,E} &= f(t_i, E_i) \\ &= (1 - u_{1,i})((0,6)(0,5)A_{1,i} + (0,58)(0,22)A_{2,i})S_i - (0,25 + 0,21 + u_{2,i} + \\ &\quad 0,25)E_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{1,A1} &= f(t_i, A_{1,i}) \\ &= 0,71(0,25 + u_{2,i})E_i - (0,688 + u_{2,i} + 0,7 + 0,01 + 0,25)A_{1,i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{1,A2} &= f(t_i, A_{2,i}) \\ &= 0,22(0,21 + u_{2,i})E_i + (0,688 + u_{2,i})A_{1,i} - [0,001 + u_{2,i} + 0,01 + \\ &\quad 0,25]A_{2,i} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{1,R} &= f(t_i, R_i) \\ &= [(1 - 0,71)(0,25 + u_{2,i}) + (1 - 0,22)(0,21 + u_{2,i})]E_i + \\ &\quad (0,7 + u_{2,i})A_{1,i} + (0,001 + u_{2,i})A_{2,i} - (0,4 + 0,25)R_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{1,Q} &= f(t_i, Q_i) \\ &= (0,01 + u_{1,i})S_i + (1 - 0,35)0,4R_i - 0,25Q_i \end{aligned}$$

Tahap 2 diskritisasi persamaan untuk k_2

$$k_{2,S} = f\left(t_i + \frac{1}{2}h, S_i + \frac{1}{2}hk_{1,S}\right)$$

$$\begin{aligned}
&= 0,5 + (0,35)(0,4) \left(R_i + \frac{1}{2} h k_{1,R} \right) - \left(\frac{1}{2} (u_{1,i} + u_{1,i+1}) \right) \\
&\quad \left((0,6)(0,5) \left(A_{1,i} + \frac{1}{2} h k_{1,A1} \right) + (0,58)(0,22) \left(A_{2,i} + \frac{1}{2} h k_{1,A2} \right) \right) \left(S_i + \frac{1}{2} h k_{1,S} \right) - \left(0,01 + \left(\frac{1}{2} (u_{1,i} + u_{1,i+1}) \right) + 0,5 \right) \left(S_i + \frac{1}{2} h k_{1,S} \right) \\
k_{2,E} &= f \left(t_i + \frac{1}{2} h, E_i + \frac{1}{2} h k_{1,E} \right) \\
&= \left(\frac{1}{2} (u_{1,i} + u_{1,i+1}) \right) \left((0,6)(0,5) \left(A_{1,i} + \frac{1}{2} h k_{1,A1} \right) + (0,58)(0,22) \left(A_{2,i} + \frac{1}{2} h k_{1,A2} \right) \right) \left(S_i + \frac{1}{2} h k_{1,S} \right) - \left(0,25 + 0,21 + \left(\frac{1}{2} (u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) + 0,25 \right) \left(E_i + \frac{1}{2} h k_{1,E} \right) \\
k_{2,A1} &= f \left(t_i + \frac{1}{2} h, A_{1,i} + \frac{1}{2} h k_{1,A1} \right) \\
&= 0,71 \left(0,25 + \left(\frac{1}{2} (u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) \left(E_i + \frac{1}{2} h k_{1,E} \right) - \left(0,688 + \left(\frac{1}{2} (u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) + 0,7 + 0,01 + 0,25 \right) \left(A_{1,i} + \frac{1}{2} h k_{1,A1} \right) \\
k_{2,A2} &= f \left(t_i + \frac{1}{2} h, A_{2,i} + \frac{1}{2} h k_{1,A2} \right) \\
&= 0,22 \left(0,21 + \left(\frac{1}{2} (u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) \left(E_i + \frac{1}{2} h k_{1,E} \right) + \left(0,688 + \left(\frac{1}{2} (u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) + 0,25 \right) \left(A_{1,i} + \frac{1}{2} h k_{1,A1} \right) - \left(0,001 + \left(\frac{1}{2} (u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) + 0,01 + 0,25 \right) \left(A_{2,i} + \frac{1}{2} h k_{1,A2} \right) \\
k_{2,R} &= f \left(t_i + \frac{1}{2} h, R_i + \frac{1}{2} h k_{1,R} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left((1 - 0,71) \left(0,25 + \left(\frac{1}{2} (u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) + (1 - 0,22) \left(0,21 + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left(\frac{1}{2} (u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) \right) \left(E_i + \frac{1}{2} h k_{1,E} \right) + \left(0,7 + \left(\frac{1}{2} (u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) \left(A_{1,i} + \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{1}{2} h k_{1,A1} \right) + \left(0,001 + \left(\frac{1}{2} (u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) \left(A_{2,i} + \frac{1}{2} h k_{1,A2} \right) - (0,4 + \right. \\
&\quad \left. 0,25) \left(R_i + \frac{1}{2} h k_{1,R} \right) \right. \\
k_{2,Q} &= f \left(t_i + \frac{1}{2} h, Q_i + \frac{1}{2} h k_{1,Q} \right) \\
&= \left(0,01 + \left(\frac{1}{2} (u_{1,i} + u_{1,i+1}) \right) \right) \left(S_i + \frac{1}{2} h k_{1,S} \right) + (1 - 0,35) 0,4 \left(R_i + \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{2} h k_{1,R} \right) - 0,25 \left(Q_i + \frac{1}{2} h k_{1,Q} \right)
\end{aligned}$$

Tahap 3 diskritisasi persamaan untuk k_3

$$\begin{aligned}
k_{3,S} &= f \left(t_i + \frac{1}{2} h, S_i + \frac{1}{2} h k_{2,S} \right) \\
&= 0,5 + (0,35)(0,4) \left(R_i + \frac{1}{2} h k_{2,R} \right) - \left(\frac{1}{2} (u_{1,i} + \right. \\
&\quad \left. u_{1,i+1}) \right) \left((0,6)(0,5) \left(A_{1,i} + \frac{1}{2} h k_{2,A1} \right) + (0,58)(0,22) \left(A_{2,i} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{1}{2} h k_{2,A2} \right) \right) \left(S_i + \frac{1}{2} h k_{2,S} \right) - \left(0,01 + \left(\frac{1}{2} (u_{1,i} + u_{1,i+1}) \right) + 0,25 \right) \left(S_i + \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{2} h k_{2,S} \right) \\
k_{3,E} &= f \left(t_i + \frac{1}{2} h, E_i + \frac{1}{2} h k_{2,E} \right) \\
&= \left(\frac{1}{2} (u_{1,i} + u_{1,i+1}) \right) \left((0,6)(0,5) \left(A_{1,i} + \frac{1}{2} h k_{2,A1} \right) + (0,58)(0,22) \left(A_{2,i} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \frac{1}{2} h k_{2,A2} \right) \right) \left(S_i + \frac{1}{2} h k_{2,S} \right) - \left(0,25 + 0,21 + \left(\frac{1}{2} (u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) + \right. \\
&\quad \left. 0,25 \right) \left(E_i + \frac{1}{2} h k_{2,E} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{3,A1} &= f \left(t_i + \frac{1}{2}h, A_{1,i} + \frac{1}{2}hk_{2,A1} \right) \\
&= 0,71 \left(0,25 + \left(\frac{1}{2}(u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) \left(E_i + \frac{1}{2}hk_{2,E} \right) - \left(0,688 + \left(\frac{1}{2}(u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right. \\
&\quad \left. + 0,7 + 0,01 + 0,25 \right) \left(A_{1,i} + \frac{1}{2}hk_{2,A1} \right) \\
k_{3,A2} &= f \left(t_i + \frac{1}{2}h, A_{2,i} + \frac{1}{2}hk_{2,A2} \right) \\
&= 0,22 \left(0,21 + \left(\frac{1}{2}(u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) \left(E_i + \frac{1}{2}hk_{2,E} \right) + \left(0,688 + \left(\frac{1}{2}(u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right. \\
&\quad \left. + 0,001 + \left(\frac{1}{2}(u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) \left(A_{1,i} + \frac{1}{2}hk_{2,A1} \right) - \left(0,001 + \left(\frac{1}{2}(u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) + 0,01 + \\
&\quad 0,25 \left(A_{2,i} + \frac{1}{2}hk_{2,A2} \right) \\
k_{3,R} &= f \left(t_i + \frac{1}{2}h, R_i + \frac{1}{2}hk_{2,R} \right) \\
&= \left((1 - 0,71) \left(0,25 + \left(\frac{1}{2}(u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) + (1 - 0,22) \left(0,21 + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. \left(\frac{1}{2}(u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) \right) \left(E_i + \frac{1}{2}hk_{2,E} \right) + \left(0,7 + \left(\frac{1}{2}(u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) \left(A_{1,i} + \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{2}hk_{2,A1} \right) + \left(0,001 + \left(\frac{1}{2}(u_{2,i} + u_{2,i+1}) \right) \right) \left(A_{2,i} + \frac{1}{2}hk_{2,A2} \right) - (0,4 + \\
&\quad 0,25) \left(R_i + \frac{1}{2}hk_{2,R} \right) \\
k_{3,Q} &= f \left(t_i + \frac{1}{2}h, Q_i + \frac{1}{2}hk_{2,Q} \right) \\
&= \left(0,01 + \left(\frac{1}{2}(u_{1,i} + u_{1,i+1}) \right) \right) \left(S_i + \frac{1}{2}hk_{2,S} \right) + (1 - 0,35)0,4 \left(R_i + \right. \\
&\quad \left. \frac{1}{2}hk_{2,R} \right) - 0,25 \left(Q_i + \frac{1}{2}hk_{2,Q} \right)
\end{aligned}$$

Tahap 4 diskritisasi persamaan untuk k_4

$$k_{4,S} = f(t_i + h, S_i + hk_{3,S})$$

$$\begin{aligned}
&= 0,5 + (0,35)(0,4)(R_i + hk_{3,R}) - u_{1,i+1} \left((0,6)(0,5)(A_{1,i} + hk_{3,A1}) + \right. \\
&\quad \left. (0,58)(0,22)(A_{2,i} + hk_{3,A2}) \right) (S_i + hk_{3,S}) - (0,01 + u_{1,i+1} + 0,25)(S_i + \\
&\quad hk_{3,S}) \\
k_{4,E} &= f(t_i + h, E_i + hk_{3,E}) \\
&= u_{1,i+1} \left((0,6)(0,5)(A_{1,i} + hk_{3,A1}) + (0,58)(0,22)(A_{2,i} + hk_{3,A2}) \right) (S_i + \\
&\quad hk_{3,S}) - (0,25 + 0,21 + u_{2,i+1} + 0,25)(E_i + hk_{3,E}) \\
k_{4,A1} &= f(t_i + h, A_{1,i} + hk_{3,A1}) \\
&= 0,71(0,25 + u_{2,i+1})(E_i + hk_{3,E}) - (0,688 + u_{2,i+1} + 0,7 + 0,01 + \\
&\quad 0,5)(A_{1,i} + hk_{3,A1}) \\
k_{4,A2} &= f(t_i + h, A_{2,i} + hk_{3,A2}) \\
&= 0,22(0,21 + u_{2,i+1})(E_i + hk_{3,E}) + (0,688 + u_{2,i+1})(A_{1,i} + hk_{3,A1}) - \\
&\quad (0,001 + u_{2,i+1} + 0,01 + 0,25)(A_{2,i} + hk_{3,A2}) \\
k_{4,R} &= f(t_i + h, R_i + hk_{3,R}) \\
&= \left((1 - 0,71)(0,25 + u_{2,i+1}) + (1 - 0,22)(0,21 + u_{2,i+1}) \right) (E_i + \\
&\quad hk_{3,E}) + (0,7 + u_{2,i+1})(A_{1,i} + hk_{3,A1}) + (0,001 + u_{2,i+1})(A_{2,i} + \\
&\quad hk_{3,A2}) - (0,4 + 0,25)(R_i + hk_{3,R}) \\
k_{4,Q} &= f(t_i + h, Q_i + hk_{3,Q}) \\
&= (0,01 + u_{1,i+1})(S_i + hk_{3,S}) + (1 - 0,35)0,4(R_i + hk_{3,R}) \\
&\quad - 0,25(Q_i + hk_{3,Q})
\end{aligned}$$

Kemudian persamaan *co-state* akan diselesaikan menggunakan skema mundur Runge Kutta orde 4 sebagai berikut:

$$\lambda_1^j = \lambda_1^{j-1} - \frac{h}{6} (k_{1,S} + 2k_{2,S} + 2k_{3,S} + k_{4,S})$$

$$\lambda_2^j = \lambda_2^{j-1} - \frac{h}{6} (k_{1,E} + 2k_{2,E} + 2k_{3,E} + k_{4,E})$$

$$\lambda_3^j = \lambda_3^{j-1} - \frac{h}{6} (k_{1,A1} + 2k_{2,A1} + 2k_{3,A1} + k_{4,A1})$$

$$\lambda_4^j = \lambda_4^{j-1} - \frac{h}{6} (k_{1,A2} + 2k_{2,A2} + 2k_{3,A2} + k_{4,A2})$$

$$\lambda_5^j = \lambda_5^{j-1} - \frac{h}{6} (k_{1,R} + 2k_{2,R} + 2k_{3,R} + k_{4,R})$$

$$\lambda_6^j = \lambda_6^{j-1} - \frac{h}{6} (k_{1,Q} + 2k_{2,Q} + 2k_{3,Q} + k_{4,Q})$$

dengan $j = (n + 2 - i)$

Tahap 1 diskritisasi persamaan untuk k_1

$$\begin{aligned} k_{1,S} &= f(t_i, \lambda_1^j) \\ &= \lambda_1^j [(1 - u_1)((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2) + 0,01 + u_1 + 0,25] - \\ &\quad \lambda_2^j [(1 - u_1)((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2)] - \lambda_6^j [0,01 + u_1] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{1,E} &= f(t_i, \lambda_2^j) \\ &= -b_1 + \lambda_2^j [0,25 + 0,21 + u_2 + 0,25] - \lambda_3^j [0,71(0,25 + u_2)] - \\ &\quad \lambda_4^j [0,22(0,21 + u_2)] - \lambda_5^j [(1 - 0,71)(0,25 + u_2) + (1 - 0,22)(0,21 + \\ &\quad u_2)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{1,A1} &= f(t_i, \lambda_3^j) \\ &= -b_2 + \lambda_1^j [(1 - u_1)(0,6)(0,5)S] - \lambda_2^j [(1 - u_1)(0,6)(0,5)S] - \\ &\quad \lambda_3^j [0,688 + u_2 + 0,7 + 0,01 + 0,25] - \lambda_4^j [0,688 - u_2] - \lambda_5^j [0,7 + u_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} k_{1,A2} &= f(t_i, \lambda_4^j) \\ &= -b_3 + \lambda_1^j [(1 - u_1)(0,58)(0,22)S] - \lambda_2^j [(1 - u_1)(0,58)(0,22)S] + \\ &\quad \lambda_4^j [0,001 + u_2 + 0,01 + 0,25] - \lambda_5^j [0,001 + u_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
k_{1,R} &= f(t_i, \lambda_5^j) \\
&= -\lambda_1^j[(0,35)(0,4)] + \lambda_5^j[0,4 + 0,25] - \lambda_6^j[(1 - 0,35)0,4] \\
k_{1,Q} &= f(t_i, \lambda_6^j) \\
&= \lambda_6^j[0,25]
\end{aligned}$$

Tahap 2 diskritisasi persamaan untuk k_2

$$\begin{aligned}
k_{2,S} &= f\left(t_i - \frac{1}{2}h, \lambda_1^j - \frac{1}{2}hk_{1,S}\right) \\
&= \left(\lambda_1^j - \frac{1}{2}hk_{1,S}\right)[(1 - u_1)((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2) + 0,01 + \\
&\quad u_1 + 0,25] - \left(\lambda_2^j - \frac{1}{2}hk_{1,E}\right)[(1 - u_1)((0,6)(0,5)A_1 + \\
&\quad (0,58)(0,22)A_2)] - \left(\lambda_6^j - \frac{1}{2}hk_{1,Q}\right)[0,01 + u_1] \\
k_{2,E} &= f\left(t_i - \frac{1}{2}h, \lambda_2^j - \frac{1}{2}hk_{1,E}\right) \\
&= -b_1 + \left(\lambda_2^j - \frac{1}{2}hk_{1,E}\right)[0,25 + 0,21 + u_2 + 0,25] - \left(\lambda_3^j - \right. \\
&\quad \left.\frac{1}{2}hk_{1,A1}\right)0,71(0,25 + u_2) - \left(\lambda_4^j - \frac{1}{2}hk_{1,A2}\right)0,22(0,21 + u_2) - \left(\lambda_5^j - \right. \\
&\quad \left.\frac{1}{2}hk_{1,R}\right)[(1 - 0,71)(0,25 + u_2) + (1 - 0,22)(0,21 + u_2)] \\
k_{2,A1} &= f\left(t_i - \frac{1}{2}h, \lambda_3^j - \frac{1}{2}hk_{1,A1}\right) \\
&= -b_2 + \left(\lambda_1^j - \frac{1}{2}hk_{1,S}\right)[(1 - u_1)(0,6)(0,5)S] - \left(\lambda_2^j - \frac{1}{2}hk_{1,E}\right)[(1 - \\
&\quad u_1)(0,6)(0,5)S] - \left(\lambda_3^j - \frac{1}{2}hk_{1,A1}\right)[0,688 + u_2 + 0,7 + 0,01 + 0,25] - \\
&\quad \left(\lambda_4^j - \frac{1}{2}hk_{1,A2}\right)[0,688 - u_2] - \left(\lambda_5^j - \frac{1}{2}hk_{1,R}\right)[0,7 + u_2] \\
k_{2,A2} &= f\left(t_i - \frac{1}{2}h, \lambda_4^j - \frac{1}{2}hk_{1,A2}\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -b_3 + \left(\lambda_1^j - \frac{1}{2} h k_{1,S} \right) [(1 - u_1)(0,58)(0,22)S] - \left(\lambda_2^j - \frac{1}{2} h k_{1,E} \right) [(1 - u_1)(0,58)(0,22)S] + \left(\lambda_4^j - \frac{1}{2} h k_{1,A2} \right) [0,001 + u_2 + 0,01 + 0,25] - \left(\lambda_5^j - \frac{1}{2} h k_{1,R} \right) [0,001 + u_2] \\
k_{2,R} &= f \left(t_i - \frac{1}{2} h, \lambda_5^j - \frac{1}{2} h k_{1,R} \right) \\
&= - \left(\lambda_1^j - \frac{1}{2} h k_{1,S} \right) (0,35)(0,4) + \left(\lambda_5^j - \frac{1}{2} h k_{1,R} \right) [0,4 + 0,25] - \left(\lambda_6^j - \frac{1}{2} h k_{1,Q} \right) [(1 - 0,35)4] \\
k_{2,Q} &= f \left(t_i - \frac{1}{2} h, \lambda_6^j - \frac{1}{2} h k_{1,Q} \right) \\
&= \left(\lambda_6^j - \frac{1}{2} h k_{1,Q} \right) [0,25]
\end{aligned}$$

Tahap 3 diskritisasi persamaan untuk k_3

$$\begin{aligned}
k_{3,S} &= f \left(t_i - \frac{1}{2} h, \lambda_1^j - \frac{1}{2} h k_{2,S} \right) \\
&= \left(\lambda_1^j - \frac{1}{2} h k_{2,S} \right) [(1 - u_1)((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2) + 0,01 + u_1 + 0,25] - \left(\lambda_2^j - \frac{1}{2} h k_{2,E} \right) [(1 - u_1)((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2)] - \left(\lambda_6^j - \frac{1}{2} h k_{2,Q} \right) [0,01 + u_1] \\
k_{3,E} &= f \left(t_i - \frac{1}{2} h, \lambda_2^j - \frac{1}{2} h k_{2,E} \right) \\
&= -b_1 + \left(\lambda_2^j - \frac{1}{2} h k_{2,E} \right) [0,25 + 0,21 + u_2 + 0,25] - \left(\lambda_3^j - \frac{1}{2} h k_{2,A1} \right) 0,71(0,25 + u_2) - \left(\lambda_4^j - \frac{1}{2} h k_{2,A2} \right) 0,22(0,21 + u_2) - \left(\lambda_5^j - \frac{1}{2} h k_{2,R} \right) [(1 - 0,71)(0,25 + u_2) + (1 - 0,22)(0,21 + u_2)] \\
k_{3,A1} &= f \left(t_i - \frac{1}{2} h, \lambda_3^j - \frac{1}{2} h k_{2,A1} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -b_2 + \left(\lambda_1^j - \frac{1}{2} h k_{2,S} \right) [(1-u_1)(0,6)(0,5)S] - \left(\lambda_2^j - \frac{1}{2} h k_{2,E} \right) [(1-u_1)(0,6)(0,5)S] \\
&\quad - \left(\lambda_3^j - \frac{1}{2} h k_{2,A1} \right) [0,688 + u_2 + 0,7 + 0,01 + 0,25] - \\
&\quad \left(\lambda_4^j - \frac{1}{2} h k_{2,A2} \right) [0,688 - u_2] - \left(\lambda_5^j - \frac{1}{2} h k_{2,R} \right) [0,7 + u_2] \\
k_{3,A2} &= f \left(t_i - \frac{1}{2} h, \lambda_4^j - \frac{1}{2} h k_{2,A2} \right) \\
&= -b_3 + \left(\lambda_1^j - \frac{1}{2} h k_{2,S} \right) [(1-u_1)(0,58)(0,22)S] - \left(\lambda_2^j - \frac{1}{2} h k_{2,E} \right) [(1-u_1)(0,58)(0,22)S] \\
&\quad + \left(\lambda_4^j - \frac{1}{2} h k_{2,A2} \right) [0,001 + u_2 + 0,01 + 0,25] - \left(\lambda_5^j - \frac{1}{2} h k_{2,R} \right) [0,001 + u_2] \\
k_{3,R} &= f \left(t_i - \frac{1}{2} h, \lambda_5^j - \frac{1}{2} h k_{2,R} \right) \\
&= - \left(\lambda_1^j - \frac{1}{2} h k_{2,S} \right) (0,35)(0,4) + \left(\lambda_5^j - \frac{1}{2} h k_{2,R} \right) [0,4 + 0,25] - \left(\lambda_6^j - \frac{1}{2} h k_{2,Q} \right) [(1-0,35)4] \\
k_{3,Q} &= f \left(t_i - \frac{1}{2} h, \lambda_6^j - \frac{1}{2} h k_{2,Q} \right) \\
&= \left(\lambda_6^j - \frac{1}{2} h k_{2,Q} \right) [0,25]
\end{aligned}$$

Tahap 4 diskritisasi persamaan untuk k_4

$$\begin{aligned}
k_{4,S} &= f(t_i - h, \lambda_1^j - h k_{3,S}) \\
&= (\lambda_1^j - h k_{3,S}) [(1-u_1)((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2) + 0,01 + u_1 + \\
&\quad 0,25] - (\lambda_2^j - h k_{3,E})[((0,6)(0,5)A_1 + (0,58)(0,22)A_2)] - (\lambda_6^j - \\
&\quad h k_{3,Q})[0,01 + u_1] \\
k_{4,E} &= f(t_i - h, \lambda_2^j - h k_{3,E})
\end{aligned}$$

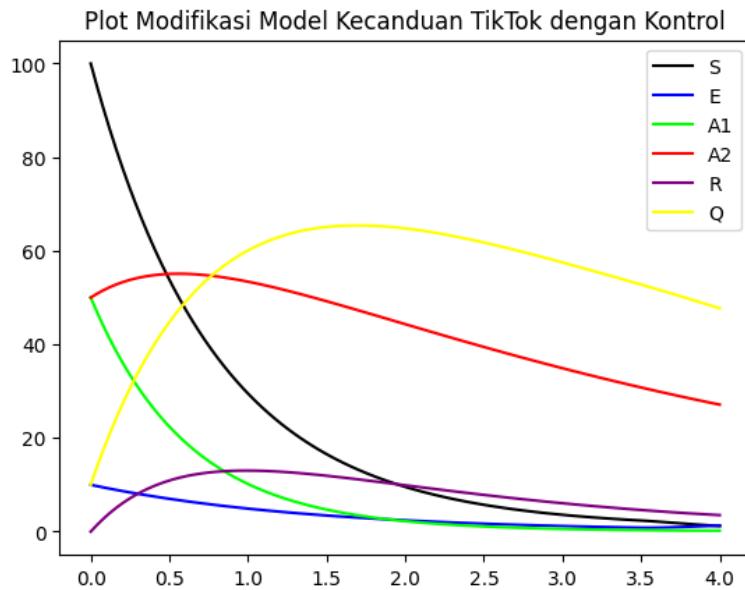
$$\begin{aligned}
&= -b_1 + (\lambda_2^j - hk_{3,E})[0,25 + 0,21 + u_2 + 0,25] - (\lambda_3^j - \\
&\quad hk_{3,A1})0,71(0,25 + u_2) - (\lambda_4^j - hk_{3,A2})0,22(0,21 + u_2) - (\lambda_5^j - \\
&\quad hk_{3,R})[(1 - 0,71)(0,25 + u_2) + (1 - 0,22)(0,21 + u_2)] \\
k_{4,A1} &= f(t_i - h, \lambda_3^j - hk_{3,A1}) \\
&= -b_2 + (\lambda_1^j - hk_{3,S})[(1 - u_1)(0,6)(0,5)S] - (\lambda_2^j - hk_{3,E})[(1 - \\
&\quad u_1)(0,6)(0,5)S] - (\lambda_3^j - hk_{3,A1})[0,688 + u_2 + 0,7 + 0,01 + 0,25] - \\
&\quad (\lambda_4^j - hk_{3,A2})[0,688 - u_2] - (\lambda_5^j - hk_{3,R})[0,7 + u_2] \\
k_{4,A2} &= f(t_i - h, \lambda_4^j - hk_{3,A2}) \\
&= -b_3 + (\lambda_1^j - hk_{3,S})[(1 - u_1)(0,58)(0,22)S] - (\lambda_2^j - hk_{3,E})[(1 - \\
&\quad u_1)(0,58)(0,22)S] + (\lambda_4^j - hk_{3,A2})[0,001 + u_2 + 0,01 + 0,25] - (\lambda_5^j - \\
&\quad hk_{3,R})[0,001 + u_2] \\
k_{4,R} &= f(t_i - h, \lambda_5^j - hk_{3,R}) \\
&= -(\lambda_1^j - hk_{3,S})(0,35)(0,4) + (\lambda_5^j - hk_{3,R})[0,4 + 0,25] - (\lambda_6^j - \\
&\quad hk_{3,Q})[(1 - 0,35)4] \\
k_{4,Q} &= f(t_i - h, \lambda_6^j - hk_{3,Q}) \\
&= (\lambda_6^j - hk_{3,Q})[0,25]
\end{aligned}$$

Selanjutnya dilakukan simulasi numerik menggunakan *Google Colab*.

Tabel 4.1 merupakan nilai awal yang digunakan dan Tabel 4.2 adalah nilai dari parameternya. Berdasarkan penelitian Alemneh dan Alemu (2021), interval waktu yang digunakan yaitu $t_0 = 0$ dan $t_f = 4$ dalam satuan tahun. Konstanta pembobot yang berlaku untuk populasi *Exposed*, *Addicted₁* dan *Addicted₂* berturut-turut sebesar $b_1 = 1$, $b_2 = 2$, $b_3 = 2$. Selanjutnya, bobot untuk biaya kontrol

pengendalian dan pengobatan berturut-turut sebesar $w_1 = 10$, $w_2 = 10$. Hasil simulasi model tanpa kontrol dan terkontrol akan dibandingkan dengan hasil simulasi model pada penelitian Alemneh dan Alemu (2021). Hal ini bertujuan untuk mengetahui efektivitas dan efisiensi dari pemberian kontrol pengendalian dan pengobatan dengan model yang sudah dimodifikasi.

Hasil simulasi numerik untuk kontrol optimal model *Susceptible, Exposed, Addicted, Recovery, Quit (SEA₁A₂RQ)* pada kecanduan Media Sosial dengan kontrol u_1 dan u_2 adalah sebagai berikut:



Gambar 4.15 Simulasi Model SEA₁A₂RQ dengan Kontrol

Berdasarkan Gambar 4.3 dapat diketahui bahwa setelah diberikan kontrol u_1 dan u_2 pada model *SEA₁A₂RQ*, populasi *Susceptible* mengalami penurunan dari nilai awalnya yaitu 100 hingga mendekati nol dalam kurun waktu empat tahun. Penurunan populasi *Susceptible* dikarenakan adanya interaksi antara populasi *Exposed* atau *Addicted_{1,2}* dengan populasi *Susceptible*. Hal ini menunjukkan bahwa semakin banyak orang yang berpindah dari kategori rentan ke kategori terkena

paparan atau kecanduan. Pada populasi *Exposed* dan *Addicted₁* juga mengalami penurunan hingga mendekati nol. Ini menggambarkan individu yang baru terpapar Media Sosial, kemudian sebagian besar pindah ke populasi kecanduan ringan dan berat. Akan tetapi, pada populasi *Addicted₂* mengalami peningkatan dan tetap dalam jumlah yang tinggi dalam kurun waktu yang lebih lama daripada kecanduan ringan. Populasi kecanduan berat kemudian akan menurun secara perlahan. Ini menunjukkan bahwa individu yang mengalami kecanduan berat cenderung berada dalam kondisi tersebut lebih lama sebelum mungkin beralih ke pemulihan. Penurunan populasi-populasi sebelumnya berdampak pada peningkatan populasi *Recovery* dan populasi *Quit*. Hal ini menunjukkan bahwa lebih banyak individu yang berhasil pulih dari kecanduan Media Sosial seiring waktu dan pemberian kontrol berdampak positif dalam mengurangi tingkat kecanduan Media Sosial.

Dari titik kontrol terhadap waktu yang didapatkan akan diselesaikan menggunakan interpolasi kuadratik untuk mendapatkan persamaan polinomial kuadratik yang selanjutnya akan divisualisasikan menggunakan Matlab. Interpolasi kuadratik adalah metode yang digunakan untuk memperkirakan nilai sebuah fungsi pada suatu titik tertentu berdasarkan tiga titik yang diketahui. Metode ini menggunakan polinomial kuadrat (polinomial derajat dua) yang melalui ketiga titik tersebut. Polinomial kuadratik dapat ditulis dalam bentuk umum:

$$P(x) = ax^2 + bx + c$$

1. Untuk u_1 , menentukan koefisien a , b , dan c , kita menggunakan tiga titik yang diketahui yaitu $(0, 1)$, $(2, 0.61)$, dan $(4, 0.37)$. Berdasarkan titik-titik tersebut didapatkan persamaan

$$1 = a(0)^2 + b(0) + c$$

$$0,61 = a(2)^2 + b(2) + c$$

$$0,37 = a(4)^2 + b(4) + c$$

menjadi

$$1 = c$$

$$0,61 = 4a + 2b + c$$

$$0,37 = 16a + 4b + c$$

substitusi $c = 1$ ke persamaan kedua dan ketiga

$$0,61 = 4a + 2b + 1$$

$$0,37 = 16a + 4b + 1$$

menjadi

$$-0,39 = 4a + 2b$$

$$-0,63 = 16a + 4b$$

selanjutnya eliminasi b untuk mencari nilai a , sehingga didapatkan

$$-0,78 - (-0,63) = 8a + 4b - (16a + 4b)$$

$$-0,15 = -8a$$

$$a = 0,01875$$

substitusi $a = 0,01875$

$$-0,39 = 4(0,01875) + 2b$$

$$-0,39 = 0,075 + 2b$$

$$-0,39 - 0,075 = 2b$$

$$-0,465 = 2b$$

$$b = -0,2325$$

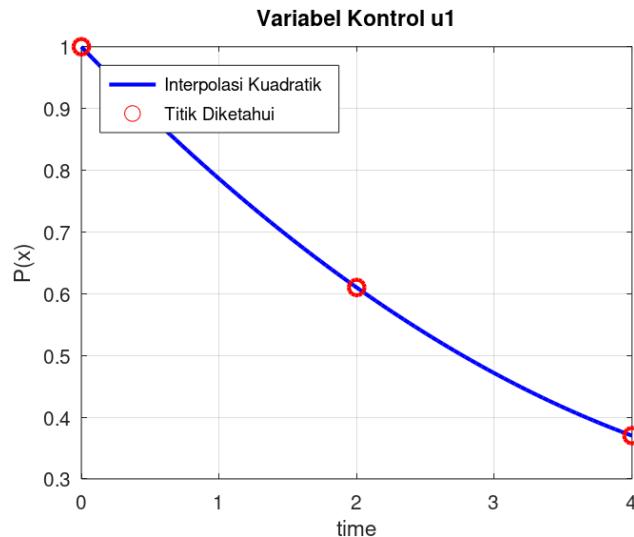
jadi, koefisien polinomial kuadratik adalah

$$a = 0,01875 \quad b = -0,2325 \quad c = 1$$

polinomial kuadratiknya adalah

$$P(x) = 0,01875x^2 - 0,2325x + 1$$

selanjutnya akan divisualisasikan kurva polinomial dan titik-titik data yang diinterpolasi sebagai berikut:



Gambar 4.16 Plot Polinomial Kontrol u_1

Gambar 4.4 menggambarkan hubungan antara pemberian kontrol u_1 terhadap waktu berdasarkan tiga titik data yaitu (0, 1), (2, 0.61), dan (4, 0.37). Kurva yang dihasilkan menunjukkan penurunan pemberian kontrol u_1 yang konsisten seiring berjalannya waktu hingga tahun keempat.

2. Untuk u_2 , menentukan koefisien a , b , dan c , kita menggunakan tiga titik yang diketahui yaitu (0, 1), (3.72, 0.40), dan (4, 0.39). Berdasarkan titik-titik tersebut didapatkan persamaan

$$1 = a(0)^2 + b(0) + c$$

$$0,40 = a(3,72)^2 + b(3,72) + c$$

$$0,39 = a(4)^2 + b(4) + c$$

menjadi

$$1 = c$$

$$0,40 = (13,8384)a + (3,72)b + c$$

$$0,39 = 16a + 4b + c$$

substutusi $c = 1$ ke persamaan kedua dan ketiga

$$0,40 = (13,8384)a + (3,72)b + 1$$

$$0,39 = 16a + 4b + 1$$

menjadi

$$-0,60 = 13,8384a + 3,72b$$

$$-0,61 = 16a + 4b$$

selanjutnya eliminasi b untuk mencari nilai a , sehingga didapatkan

$$-2,40 - (-2,2652) = 55,3536a - 59,52a$$

$$-0,1348 = -4,1664a$$

$$a = 0,03234$$

substutusi $a = 0,03234$

$$-0,60 = 13,8384(0,03234) + 3,72b$$

$$-0,60 = 0,4474 + 3,72b$$

$$-1,0474 = 3,72b$$

$$-0,2816 = b$$

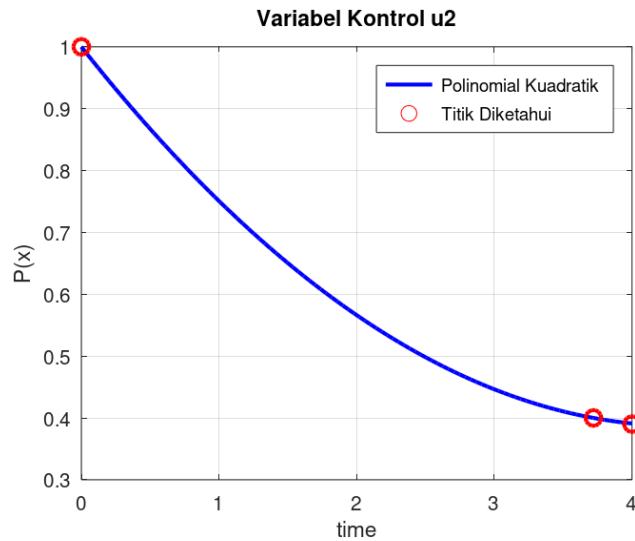
jadi, koefisien polinomial kuadratik adalah

$$a = 0,03234 \quad b = -0,2816 \quad c = 1$$

polinomial kuadratiknya adalah

$$P(x) = 0,03234x^2 - 0,2816x + 1$$

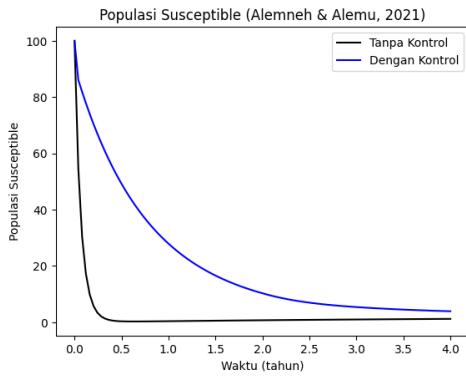
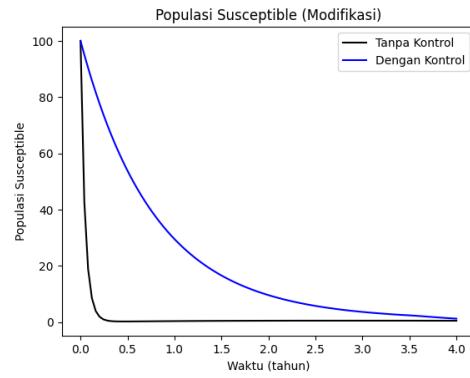
selanjutnya akan divisualisasikan kurva polinomial dan titik-titik data yang diinterpolasi sebagai berikut:



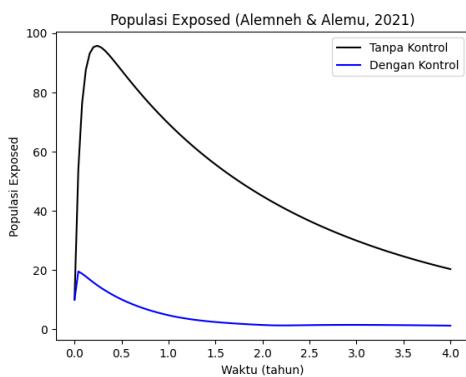
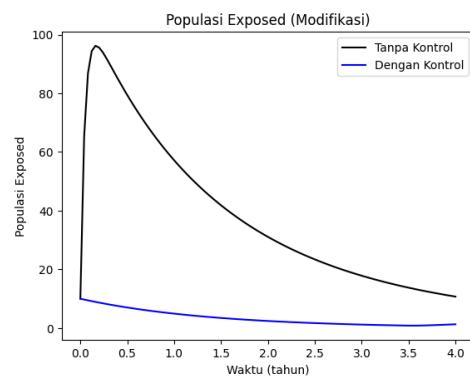
Gambar 4.17 Plot Polinomial Kontrol u_2

Gambar 4.5 menggambarkan hubungan antara pemberian kontrol u_2 terhadap waktu berdasarkan tiga titik data yaitu (0, 1), (3.72, 0.40), dan (4, 0.39). Kurva yang dihasilkan juga menunjukkan penurunan pemberian kontrol u_2 yang konsisten seiring berjalannya waktu hingga tahun keempat seperti halnya dengan pemberian kontrol u_1 .

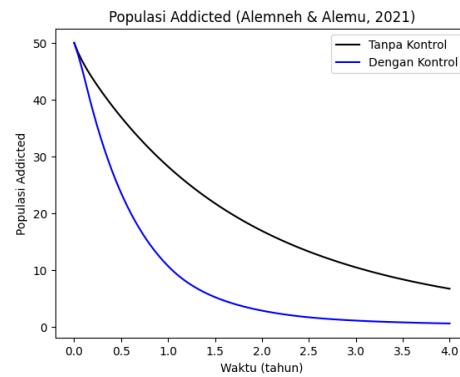
Berikut adalah perbandingan hasil simulasi model kecanduan Media Sosial dengan kontrol dan tanpa kontrol, sekaligus perbandingan hasil dengan penelitian sebelumnya mengenai kecanduan media sosial yang dilakukan oleh Alemneh dan Alemu (2021).

**Gambar 4.18** Simulasi Rujukan $S(t)$ **Gambar 4.19** Simulasi Modifikasi $S(t)$

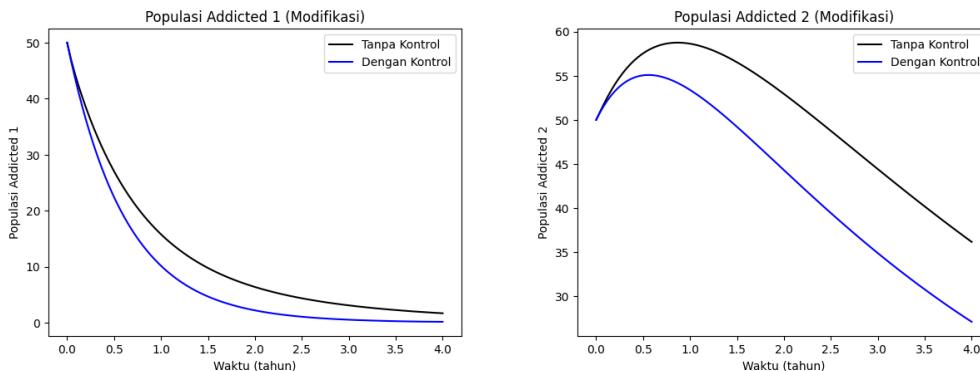
Pada Gambar 4.6 dan Gambar 4.7 memperlihatkan perbandingan populasi $S(t)$. Dari kedua plot terdapat perbedaan dalam kecepatan penurunan di model terkontrol. Dapat dilihat pada Gambar 4.7, model modifikasi menunjukkan perlambatan yang lebih signifikan dan stabilitas populasi Susceptible yang lebih tinggi dalam jangka waktu yang lebih panjang dibandingkan dengan model rujukan. Hal ini mungkin menunjukkan bahwa model modifikasi memiliki pendekatan kontrol yang lebih efektif atau lebih kuat dalam menjaga populasi tetap dalam kategori rentan lebih lama.

**Gambar 4.20** Simulasi Rujukan $E(t)$ **Gambar 4.21** Simulasi Modifikasi $E(t)$

Gambar 4.8 dan Gambar 4.9 memperlihatkan perbandingan populasi Exposed. Kedua model tanpa kontrol menunjukkan pola yang sama di mana populasi yang terpapar meningkat tajam pada awalnya dan mencapai puncak dalam kurun waktu 0,5 tahun, kemudian menurun secara bertahap hingga mendekati nol dalam empat tahun. Ketika diberikan kontrol, model modifikasi menunjukkan bahwa populasi yang terpapar tetap rendah lebih lama dibandingkan dengan model rujukan. Model modifikasi menunjukkan kontrol yang lebih kuat atau efektif dalam mencegah peningkatan populasi yang terpapar.



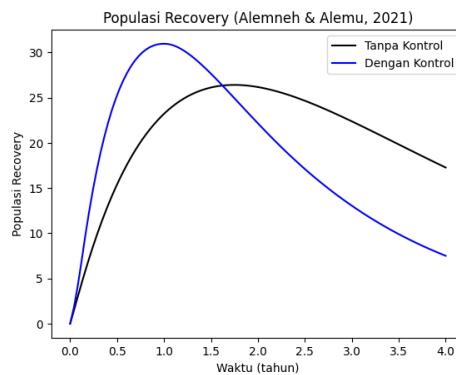
Gambar 4.22 Simulasi Rujukan $A(t)$



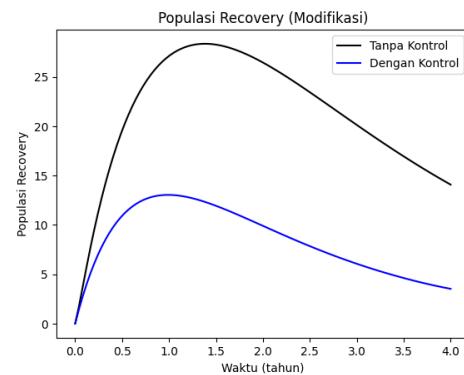
Gambar 4.23 Simulasi Modifikasi $A_1(t)$ **Gambar 4.24** Simulasi Modifikasi $A_2(t)$

Gambar 4.10 menunjukkan populasi Addicted mengalami penurunan hampir nol dalam kurun waktu empat tahun, Ketika diberikan kontrol, penurunan terjadi lebih cepat ke hampir nol dalam kurun waktu dua tahun. kemudian pada Gambar

4.11 dan 4.12 menunjukkan model modifikasi kecanduan menjadi kecanduan ringan dan berat. Populasi A_1 menunjukkan penurunan cepat menuju nol, sedangkan populasi A_2 menunjukkan pola yang lebih kompleks dengan peningkatan awal dan penurunan lebih lambat.

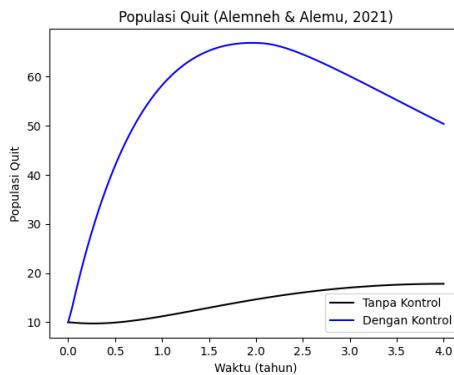


Gambar 4.25 Simulasi Rujukan $R(t)$

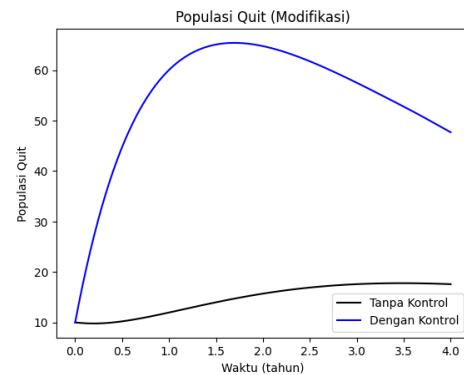


Gambar 4.26 Simulasi Rujukan $R(t)$

Gambar 4.13 menunjukkan populasi Recovery dengan kontrol mengalami peningkatan awal hingga puncak sekitar 30 di tahun pertama, kemudian mengalami penurunan hampir mencapai lima dalam empat tahun. Model modifikasi juga mengalami peningkatan awal hampir menyentuh 15 di tahun pertama, kemudian turun secara perlahan hingga mencapai lima dalam empat tahun. Model modifikasi menunjukkan kontrol yang lebih efektif untuk menjaga populasi Recovery agar tidak meningkat. Karena jika populasi R meningkat dapat dikatakan tingkat kecanduan masih tinggi.



Gambar 4.27 Simulasi Rujukan $Q(t)$



Gambar 4.28 Simulasi Modifikasi $Q(t)$

Gambar 4.15 dan Gambar 4.16 menunjukkan populasi *Quit*. Kedua plot menunjukkan bahwa kontrol memiliki dampak signifikan dalam meningkatkan populasi yang berhenti menggunakan Media Sosial. Namun, model modifikasi memiliki mekanisme kontrol yang lebih efektif sehingga populasi meningkat lebih cepat daripada model rujukan. Ini menandakan bahwa pendekatan kontrol dalam model modifikasi lebih baik dalam mengatasi kecanduan Media Sosial.

Berdasarkan uraian hasil simulasi yang diperoleh, dapat dinyatakan bahwa pemberian kontrol pengendalian dan pengobatan mampu mengurangi populasi kecanduan Media Sosial serta memaksimalkan populasi individu yang akhirnya berhenti menggunakan Media Sosial. Secara keseluruhan, hasil simulasi menunjukkan bahwa kontrol yang efektif dapat memperlambat laju transisi menuju kecanduan, meningkatkan jumlah individu yang pulih, dan mengurangi dampak negatif kecanduan Media Sosial.

4.3 Analisis Dinamik Dengan Kontrol Optimal Model S, E, A_1, A_2, R, Q Dalam Pandangan Islam

Menurut pandangan Islam, suatu permasalahan yang terjadi pada seluruh umat pasti terdapat jalan keluar untuk menyelesaiannya. Tidak hanya ada satu jalan,

tetapi Allah memberikan banyak jalan untuk umat Islam yang hendak mengatasi permasalahannya. Sebagaimana Allah SWT berfirman dalam Al-Qur'an surat Al-Insyirah ayat 6, yang artinya:

"Sesungguhnya bersama kesulitan ada kemudahan." (Al-Insyirah:6)

Berdasarkan ayat tersebut, peran model S, E, A_1, A_2, R, Q dalam permasalahan kecanduan Media Sosial yaitu sebagai solusi bagi pengguna Media Sosial. Dari hasil analisis model ini, masyarakat bisa melihat bagaimana suatu penyembuhan yang dilakukan dapat berpengaruh dalam penurunan angka kecanduan Media Sosial yang terjadi. Penyembuhan tersebut dapat dilakukan dengan berbagai macam hal, sama halnya dengan firman Allah SWT pada ayat diatas yang bermakna bahwa di balik setiap permasalahan pasti selalu diikuti oleh solusinya. Tak hanya satu solusi, tetapi terdapat banyak jalan solusi. Seperti penyembuhan yang dilakukan pada kasus penyebaran kecanduan Media Sosial dapat diatasi dengan *therapy*, konsultasi dengan psikolog, banyak berkomunikasi dengan orang lain, menghindari individu yang beresiko menularkan penggunaan Media Sosial yang berlebihan.

Penerapan kontrol pengendalian dan pengobatan tidak hanya membantu individu mengatasi kecanduan, tetapi juga dapat mengurangi jumlah orang yang kecanduan di masyarakat secara keseluruhan. Ketika banyak orang berhasil mengatasi kecanduan, populasi kecanduan dalam masyarakat juga akan berkurang. Oleh karena itu, hasil dari penelitian ini membuktikan bahwa dengan adanya upaya pemberian dua kontrol berupa pengendalian dan pengobatan akan mengurangi populasi pengguna Media Sosial (*Exposed*), populasi kecanduan ringan (*Addicted₁*) dan populasi kecanduan berat (*Addicted₂*). Sehingga dapat dipastikan tingkat kecanduan Media Sosial akan berkurang secara bert

BAB V

PENUTUP

5.1 Kesimpulan

Berdasarkan hasil dan pembahasan pada BAB IV, maka didapatkan beberapa kesimpulan sebagai berikut:

1. Hasil modifikasi model matematika variabel *Addiction* (A) pada model matematika terhadap kecanduan Media Sosial Alemneh & Alemu (2021) sebagai berikut:

$$\frac{dS}{dt} = \pi + \gamma\eta R - (\beta_1\sigma_1 A_1 + \beta_2\sigma_2 A_2)S - (k + \mu)S$$

$$\frac{dE}{dt} = (\beta_1\sigma_1 A_1 + \beta_2\sigma_2 A_2)S - (\delta_1 + \delta_2 + \mu)E$$

$$\frac{dA_1}{dt} = (\alpha_1\delta_1) - [\epsilon + \varepsilon_1 + \rho + \mu]A_1$$

$$\frac{dA_2}{dt} = (\alpha_2\delta_2)E + \epsilon A_1 - [\varepsilon_2 + \rho + \mu]A_2$$

$$\frac{dR}{dt} = [(1 - \alpha_1)\delta_1 + (1 - \alpha_2)\delta_2]E + \varepsilon_1 A_1 + \varepsilon_2 A_2 - (\eta + \mu)R$$

$$\frac{dQ}{dt} = kS + (1 - \gamma)\eta R - \mu Q$$

2. Berdasarkan analisis dinamik dengan kontrol optimal model matematika kecanduan Media Sosial pada populasi *Susceptible*, *Exposed*, *Addicted₁*, *Addicted₂*, *Recovery*, *Quit* (S, E, A_1, A_2, R, Q) dengan pengaruh penyembuhan diperoleh:

- a. Dua titik kesetimbangan yaitu titik kesetimbangan bebas kecanduan (E_0) dan titik kesetimbangan kecanduan (E_1)

$$E_0 = (S, E, A_1, A_2, R, Q) = \left(\frac{\pi}{k+\mu}, 0, 0, 0, 0, \frac{k\pi}{(k+\mu)\mu} \right)$$

dan untuk titik kesetimbangan kecanduan terletak pada lampiran 1.

- b. Kestabilan titik kesetimbangan bergantung dengan nilai eigen dan juga kriteria *Routh-Hurwitz*. Dari hasil analisis kestabilan titik kesetimbangan bebas kecanduan hasil yang diperoleh yaitu persamaan karakteristik tidak stabil karena terdapat tanda negatif pada kolom pertama sedangkan nilai eigen pada matriks Jacobi menunjukkan keseluruhan bernilai negatif sehingga dapat disimpulkan nilai eigen stabil. Kemudian untuk analisis kestabilan titik kesetimbangan kecanduan diperoleh persamaan karakteristik yang stabil karena tidak terdapat tanda negatif pada kolom pertama sedangkan nilai eigen pada matriks Jacobi menunjukkan keseluruhan bernilai negatif sehingga dapat disimpulkan nilai eigen stabil.
- c. Bilangan reproduksi dasar yang diperoleh yaitu $R_0 = \frac{\pi(\mu\alpha_1\beta_1\delta_1\sigma_1 + \mu\alpha_2\beta_2\delta_2\sigma_2 + \rho\alpha_1\beta_1\delta_1\sigma_1 + \rho\alpha_2\beta_2\sigma_2 + \epsilon\alpha_1\beta_2\delta_1\sigma_2 + \epsilon\alpha_2\beta_2\delta_2\sigma_2 + \alpha_1\beta_1\delta_1\epsilon_2\sigma_1 + \alpha_2\beta_2\delta_2\epsilon_1\sigma_2)}{(k+\mu)(\mu+\rho+\epsilon_2)(\mu+\rho+\epsilon+\epsilon_1)(\mu+\delta_1+\delta_2)}$
- dengan mensubtitusikan nilai parameter maka dapat diperoleh nilai dari $R_0 = 0.2503236655$ dan bisa dilihat $R_0 < 1$ yang artinya kecanduan Media Sosial akan hilang dalam populasi.
- d. Model kecanduan Media Sosial dengan kontrol pengendalian (u_1) dan pengobatan (u_2) diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \pi + \gamma\eta R - (1 - u_1)(\beta_1\sigma_1A_1 + \beta_2\sigma_2A_2)S - (k + u_1 + \mu)S \\ \frac{dE}{dt} &= (1 - u_1)(\beta_1\sigma_1A_1 + \beta_2\sigma_2A_2)S - (\delta_1 + \delta_2 + u_2 + \mu)E \\ \frac{dA_1}{dt} &= \alpha_1(\delta_1 + u_2)E - [\epsilon + u_2 + \epsilon_1 + \rho + \mu]A_1 \\ \frac{dA_2}{dt} &= \alpha_2(\delta_2 + u_2)E + (\epsilon + u_2)A_1 - [\epsilon_2 + u_2 + \rho + \mu]A_2\end{aligned}$$

$$\frac{dR}{dt} = [(1 - \alpha_1)(\delta_1 + u_2) + (1 - \alpha_2)(\delta_2 + u_2)]E + (\varepsilon_1 + u_2)A_1$$

$$+ (\varepsilon_2 + u_2)A_2 - (\eta + \mu)R$$

$$\frac{dQ}{dt} = (k + u_1)S + (1 - \gamma)\eta R - \mu Q$$

Bentuk kontrol yang paling optimal menggunakan Prinsip Maksimum Pontryagin yaitu

$$u_1^* = \max \left\{ 0, \min \left(1, \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)\beta_1\sigma_1 A_1 S + \beta_2\sigma_2 A_2 S + (\lambda_1 - \lambda_6)S}{w_1} \right) \right\}$$

$$u_2^* = \max \left\{ 0, \min \left(1, \frac{(\lambda_2 - \lambda_5)E + (\lambda_5 - \lambda_3)\alpha_1 E - A_1 + (\lambda_5 - \lambda_4)\alpha_2 E - A_2 - (\lambda_4)A_1}{w_2} \right) \right\}$$

- e. Berdasarkan grafik yang diperoleh dapat disimpulkan bahwa perbandingan antara model yang belum dimodifikasi dan setelah dimodifikasi memiliki perbedaan yang cukup spesifik dan terbukti model yang sudah dimodifikasi lebih menghasilkan angka penurunan populasi kecanduan yang lebih stabil. Hal ini menyebabkan populasi individu yang menggunakan Media Sosial juga menurun sehingga angka kecanduan Media Sosial dari waktu ke waktu akan menurun kemudian menghilang dalam populasi.
- f. Hasil simulasi numerik menunjukkan bahwa pemberian kontrol pengendalian (u_1) dan pengobatan (u_2) dapat meminimalkan jumlah populasi *Exposed*, *Addicted₁* dan *Addicted₂*.

5.2 Saran

Pada penelitian selanjutnya dapat dilakukan beberapa hal sebagai berikut:

1. Dalam simulasi dapat dikembangkan dengan penelitian menggunakan berbagai metode agar dapat menjadi perbandingan dalam penggunaan metode pada simulasi akan menghasilkan grafik yang berbeda atau tidak.

2. Data yang digunakan diambil dari luar negeri karena belum ada penelitian tentang *Syndrome Tourette* di Indonesia, jadi pada penelitian selanjutnya bisa mengambil data dari Indonesia apabila sudah terdapat penelitian yang mengkaji tentang *Syndrome Tourette* di Indonesia.
3. Model dapat dimodifikasi atau dikembangkan untuk melihat perbedaan dalam hasil analisis dinamik.

DAFTAR PUSTAKA

- Abi, M. M., Bano, E. N., Obe, L. F., & Blegur, F. M. A. (2023). *Pemodelan Matematika dan Simulasi Kecanduan Media Sosial Media Sosial Tipe SEIIIR*. 5(1), 43–55.
- Alemneh, H. T., & Alemu, N. Y. (2021). Mathematical modeling with optimal control analysis of social media addiction. *Infectious Disease Modelling*, 6, 405–419. <https://doi.org/10.1016/j.idm.2021.01.011>
- Anurogo, D. (2014). Fenomenologi Sindrom Tourette. *Cdk-211*, 40(12), 900–906.
- Anwar, A., Syam, R., Pratama, M. I., & Side, S. (2021). SEIRS Model Analysis for Online Game Addiction Problem of Mathematics Students. *Journal of Physics: Conference Series*, 1918(4). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1918/4/042024>
- Aprilia, R., Sriati, A., & Hendrawati, S. (2018). *Tingkat Kecanduan Media Sosial pada Remaja*. 3(1), 41–53.
- APJII (Asosiasi Penyelenggara Jasa Internet Indonesia). (2024). *Press Conference Hasil Survei Penetrasi Internet Indonesia 2024*. <https://survei.apjii.or.id/survei/>
- Badan Pusat Statistik. (2023). *Statistik Pemuda Indonesia 2023* (Volume 21,).
- Boyce, W. E., Diprima, R. C., & Meade, D. B. (2017). *Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems*.
- Dettman, J. W., Boyce, W. E., & DiPrima, R. C. (1967). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. In *The American Mathematical Monthly* (Vol. 74). <https://doi.org/10.2307/2314317>
- Diekmann, & Heesterbeek, J. (2000). Mathematical Epidemiology of Infectious Diseases: Model Building, Analysis and Interpretation - O. Diekmann, J. A. P. Heesterbeek. *Wiley Series*, 322. Retrieved from <http://eu.wiley.com/WileyCDA/WileyTitle/productCd-0471492418.html>
- Fremer, C., Szejko, N., Pisarenko, A., Haas, M., Laudenbach, L., Wegener, C., & Müller-Vahl, K. R. (2022). Mass social media-induced illness presenting with Tourette-like behavior. *Frontiers in Psychiatry*, 13(1). <https://doi.org/10.3389/fpsyg.2022.963769>
- Giesecke, J. (2017a). Modern infectious disease epidemiology: Third edition. *Modern Infectious Disease Epidemiology: Third Edition*, 1–233. <https://doi.org/10.1201/9781315222714>
- Giesecke, J. (2017b). What is special about infectious disease epidemiology? In *Modern Infectious Disease Epidemiology*.
- Griffiths, M. D. (2001). *Griffiths, M.D. (2001). Excessive internet use: Implications for education*. *Education and Health*, 19, 23-29. Retrieved from https://www.academia.edu/429636/Griffiths_M_D_2001_Excessive_internet_use_Implications_for_education_Education_and_Health_19_23_29
- Guo, Y., & Li, T. (2020). Optimal control and stability analysis of an online game addiction model with two stages. *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 43(7), 4391–4408. <https://doi.org/10.1002/mma.6200>
- Hartinah, S., Sriati, A., & Kosasih, C. E. (2019). *Gambaran Tingkat Gejala Kecanduan Media Sosial pada Mahasiswa Keperawatan Universitas Padjadjaran*. VII(1), 123–133.
- Hasnawati, H., Ratianingsih, R., & Puspita, J. W. (2017). Analisis Kestabilan

- Model Matematika Pada Penyebaran Kanker Serviks Menggunakan Kriteria Routh-Hurwitz. *Jurnal Ilmiah Matematika Dan Terapan*, 14(1), 120–127. <https://doi.org/10.22487/2540766x.2017.v14.i1.8360>
- Hidayat, T., Jenizon, & Rudianto, B. (2018). *Aplikasi Prinsip Maksimum Pontryagin dan Metode Runge-Kutta Dalam Masalah Kontrol Optimal*. VII(2), 212–220.
- Huo, H. F., & Wang, Q. (2014). Modelling the influence of awareness programs by media on the drinking dynamics. *Abstract and Applied Analysis*, 2014. <https://doi.org/10.1155/2014/938080>
- Indah, A. P., & Maulana, D. A. (2022). *Model Dinamika Kecanduan Media Sosial : Studi Kasus Kecanduan Media Sosial pada Mahasiswa FMIPA UNESA*.
- Iswanto, R. J. (2012). *Pemodelan Matematika Aplikasi dan Terapannya*. Yogyakarta: Graha Ilmu.
- Jamaludin, Syarifah, A., & Karyadi. (2022). *Faktor-Faktor Penyebab Kecanduan Media Sosial Pada Mahasiswa Fakultas Ilmu Kesehatan UIN Syarif Hidayatullah Jakarta*. 06(02).
- Krik, D. E. (1937). *Optimal Control Theory-An Introduction*. Dver Publications.
- Kuswantoro. (2020). *Pendidikan Profetik untuk Anak di Era Digital : Upaya Menangani Kecanduan Gadget pada Anak*. 2(1), 87–99.
- Kemenag. (2024). Qur'an Kemenag. <https://qur'an.kemenag.go.id/>. Diakses pada tanggal 16 Mei 2024.
- Laili, F. M., & Nuryono, W. (2015). Penerapan Konseling Keluarga Untuk Mengurangi Kecanduan Game Online Pada Siswa Kelas Vii Smp Negeri 21 Surabaya. *Itnow*, 50(4). <https://doi.org/10.1093/itnow/bwn071>
- Li, T., & Guo, Y. (2019). Stability and optimal control in a mathematical model of online game addiction. *Filomat*, 33(17), 5691–5711. <https://doi.org/10.2298/FIL1917691L>
- Muhammad, S. T., Apriliani, E., & Hanafi, L. (2015). *Pengkajian Metode Extended Runge Kutta dan Penerapannya pada Persamaan Diferensial Biasa*. 4(2).
- Nafisa, D. Z. (2018). *Kontrol Optimal Model Matematika Respon Imun Bawaan pada Makrofag di Paru-Paru yang Terinfeksi Streptococcus Pneumoniae*. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Naidu, D. S. (2003). *Press Conference Hasil Survei Penetrasi Internet Indonesia 2024*. CRC Press.
- Ngainuridwan, M. K. (2023). *Kontrol Optimal Model SEIT (Susceptible, Exposed, Infective, Treatment) pada Penularan Penyakit Skabies*. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim Malang.
- Rafiq, A. (2020). *Dampak Media Sosial Terhadap Perubahan Sosial Suatu Masyarakat*. 18–29.
- Soebroto. (2005). *Model Matematika*. Yogyakarta: Pustaka Pelajar.
- Sofiah. (2013). Analisa Penentuan Harga Gain Untuk Kestabilan Pada Sistem Pengendali Dengan Metode Routh-Hurwitz. *Berkala Teknik*, 3(2), 530–542.
- Sugiyono. (2012). Buku Metode Penelitian Sugiyono. *Data Kualitatif*, p. 12.
- Syam, R., Side, S., & Said, C. S. (2021). Model SEIRS Penyebaran Penyakit Tuberkulosis di Kota Makassar. *Journal of Mathematics Computations and Statistics*, 3(1), 11. <https://doi.org/10.35580/jmathcos.v3i1.19180>
- Wang, X. Y., Huo, H. F., Kong, Q. K., & Shi, W. X. (2014). Optimal control strategies in an alcoholism model. *Abstract and Applied Analysis*, 2014.

<https://doi.org/10.1155/2014/954069>
Wójcik-grudzień, J., Rozenbajgier, M., Ozga-stachurska, A., & Pawłowska, P.
(2022). *Tourette Syndrom - a Review of Current Literature*. 12(9), 607–613.

LAMPIRAN

Lampiran 1 Script Analisis Dinamik Modifikasi Model Matematika Kecanduan Media Sosial

```

> restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect(γ) : DFE :
> dS := π + γ·R - β·X·S - σ·Y·S - k·S;
dE := β·X·S + σ·Y·S - δ·E;
dX := α·E - ε·X;
dY := b·E + ε·X - ρ·Y;
dR := ω·E + τ·X + φ·Y - η·R;
dQ := k·S + θ·R - μ·Q;

dS := -S X β - S Y σ + R γ - S k + π
dE := S X β + S Y σ - E δ
dX := E α - X ε
dY := E b + X ε - Y ρ
dR := E ω - R η + X τ + Y φ
dQ := -Q μ + R θ + S k
(1)

> fixpoint := solve({dX}, {X});
fixpoint :=  $\left\{ X = \frac{\alpha E}{\epsilon} \right\}$ 
(2)

>
> restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect(γ) : DFE :
> X :=  $\frac{\alpha E}{\epsilon}$ 

X :=  $\frac{\alpha E}{\epsilon}$ 
(3)

> dS := π + γ·R - β·X·S - σ·Y·S - k·S;
dE := β·X·S + σ·Y·S - δ·E;
dY := b·E + ε·X - ρ·Y;
dR := ω·E + τ·X + φ·Y - η·R;
dQ := k·S + θ·R - μ·Q;

dS := - $\frac{S \alpha E \beta}{\epsilon} - \sigma Y S + \gamma R - k S + \pi$ 
dE :=  $\frac{S \alpha E \beta}{\epsilon} + \sigma Y S - \delta E$ 
dY := b E +  $\frac{\alpha E \epsilon}{\epsilon} - \rho Y$ 
dR := ω E -  $\eta R + \frac{\alpha E \tau}{\epsilon} + \phi Y$ 
dQ := -Q μ + R θ + S k
(4)

> fixpoint := solve({dY}, {Y});
fixpoint :=  $\left\{ Y = \frac{E (\alpha \epsilon + b \epsilon)}{\epsilon \rho} \right\}$ 
(5)

> restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect(γ) : DFE :
> Y :=  $\frac{E (\alpha \epsilon + b \epsilon)}{\epsilon \rho}$ 

Y :=  $\frac{E (\alpha \epsilon + b \epsilon)}{\epsilon \rho}$ 
(6)

> X :=  $\frac{\alpha E}{\epsilon}$ 

X :=  $\frac{\alpha E}{\epsilon}$ 
(7)

> dS := π + γ·R - β·X·S - σ·Y·S - k·S;
dE := β·X·S + σ·Y·S - δ·E;
dR := ω·E + τ·X + φ·Y - η·R;
dQ := k·S + θ·R - μ·Q;

dS := - $\frac{S \alpha E \beta}{\epsilon} - \frac{S E (\alpha \epsilon + b \epsilon) \sigma}{\epsilon \rho} + \gamma R - k S + \pi$ 
dE :=  $\frac{S \alpha E \beta}{\epsilon} + \frac{S E (\alpha \epsilon + b \epsilon) \sigma}{\epsilon \rho} - \delta E$ 
dR := ω E -  $\eta R + \frac{\alpha E \tau}{\epsilon} + \frac{E (\alpha \epsilon + b \epsilon) \phi}{\epsilon \rho}$ 
dQ := -Q μ + R θ + S k
(8)

> fixpoint := solve({dR}, {R});

```

$$\text{fixpoint} := \left\{ R = \frac{E(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)}{\epsilon\rho\eta} \right\} \quad (9)$$

```
> restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect(y) : DFE :
> R :=  $\frac{E(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)}{\epsilon\rho\eta}$ 
R :=  $\frac{E(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)}{\epsilon\rho\eta} \quad (10)$ 
```

```
> Y :=  $\frac{E(\alpha\epsilon + b\epsilon)}{\epsilon\rho}$ 
Y :=  $\frac{E(\alpha\epsilon + b\epsilon)}{\epsilon\rho} \quad (11)$ 
```

```
> X :=  $\frac{\alpha E}{\epsilon}$ 
X :=  $\frac{\alpha E}{\epsilon} \quad (12)$ 
```

```
> dS :=  $\pi + \gamma R - \beta \cdot X \cdot S - \sigma \cdot Y \cdot S - k \cdot S;$ 
dE :=  $\beta \cdot X \cdot S + \sigma \cdot Y \cdot S - \delta \cdot E;$ 
dQ :=  $k \cdot S + \theta \cdot R - \mu \cdot Q;$ 
dS :=  $-\frac{S\alpha E\beta}{\epsilon} - \frac{SE(\alpha\epsilon + b\epsilon)\sigma}{\epsilon\rho} + \frac{E(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)\gamma}{\epsilon\rho\eta} - kS + \pi$ 
dE :=  $\frac{S\alpha E\beta}{\epsilon} + \frac{SE(\alpha\epsilon + b\epsilon)\sigma}{\epsilon\rho} - \delta E$ 
dQ :=  $-\mu Q + \frac{E(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)\theta}{\epsilon\rho\eta} + kS \quad (13)$ 
```

```
> fixpoint := solve({dE}, {S});
fixpoint :=  $\left\{ S = \frac{\delta\epsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} \right\} \quad (14)$ 
```

```
> restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect(y) : DFE :
> S :=  $\frac{\delta\epsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma}$ 
S :=  $\frac{\delta\epsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} \quad (15)$ 
```

```
> R :=  $\frac{E(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)}{\epsilon\rho\eta}$ 
R :=  $\frac{E(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)}{\epsilon\rho\eta} \quad (16)$ 
```

```
> Y :=  $\frac{E(\alpha\epsilon + b\epsilon)}{\epsilon\rho}$ 
Y :=  $\frac{E(\alpha\epsilon + b\epsilon)}{\epsilon\rho} \quad (17)$ 
```

```
> X :=  $\frac{\alpha E}{\epsilon}$ 
X :=  $\frac{\alpha E}{\epsilon} \quad (18)$ 
```

```
> dS :=  $\pi + \gamma R - \beta \cdot X \cdot S - \sigma \cdot Y \cdot S - k \cdot S;$ 
dQ :=  $k \cdot S + \theta \cdot R - \mu \cdot Q;$ 
dS :=  $-\frac{\delta\rho\alpha E\beta}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} - \frac{\delta E(\alpha\epsilon + b\epsilon)\sigma}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} + \frac{E(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)\gamma}{\epsilon\rho\eta} - \frac{\delta\epsilon\rho k}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} + \pi$ 
dQ :=  $-\mu Q + \frac{E(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)\theta}{\epsilon\rho\eta} + \frac{\delta\epsilon\rho k}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma} \quad (19)$ 
```

```
> fixpoint := solve({dQ}, {E});
fixpoint :=  $\left\{ E = \frac{(\varrho\alpha\beta\mu\rho + \varrho\alpha\mu\sigma\epsilon + \varrho b\epsilon\mu\sigma - \delta\epsilon k\rho)\epsilon\rho\eta}{(\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma)(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)\theta} \right\} \quad (20)$ 
```

```
> restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect(y) : DFE :
> E :=  $\frac{(\varrho\alpha\beta\mu\rho + \varrho\alpha\mu\sigma\epsilon + \varrho b\epsilon\mu\sigma - \delta\epsilon k\rho)\epsilon\rho\eta}{(\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma)(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)\theta}$ 
E :=  $\frac{(\varrho\alpha\beta\mu\rho + \varrho\alpha\mu\sigma\epsilon + \varrho b\epsilon\mu\sigma - \delta\epsilon k\rho)\epsilon\rho\eta}{(\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma)(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)\theta} \quad (21)$ 
```

```
> S :=  $\frac{\delta\epsilon\rho}{\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma}$ 
```

$$S := \frac{\delta \epsilon \rho}{\alpha \beta \rho + \alpha \sigma \epsilon + b \epsilon \sigma} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} > R &:= \frac{E(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)}{\epsilon\rho\eta} \\ R &:= \frac{Q\alpha\beta\mu\rho + Q\alpha\mu\sigma\epsilon + Qb\epsilon\mu\sigma - \delta\epsilon k\rho}{(\alpha\beta\eta + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma)\theta} \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} > Y &:= \frac{E(\alpha\epsilon + b\varepsilon)}{\varepsilon\rho} \\ &\quad y := \frac{(\varrho\alpha\beta\mu\rho + \varrho\alpha\mu\sigma\epsilon + \varrho b\varepsilon\mu\sigma - \delta\varepsilon k\rho)\eta(\alpha\epsilon + b\varepsilon)}{(\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\varepsilon\sigma)(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\varepsilon\phi + \varepsilon\omega\rho)\theta} \end{aligned} \quad (24)$$

$$\triangleright X := \frac{\alpha E}{\epsilon} \\ X := \frac{\alpha (\varrho \alpha \beta \mu \rho + \varrho \alpha \mu \sigma \epsilon + \varrho b \epsilon \mu \sigma - \delta \epsilon k \rho) \rho \eta}{(\alpha \beta \rho + \alpha \epsilon + b \epsilon \sigma) (\alpha \phi \epsilon + \alpha \tau + b \epsilon \phi + \epsilon \omega \rho) \theta} \quad (25)$$

> $dS := \pi + \gamma \cdot R - \beta \cdot X \cdot S - \sigma \cdot Y \cdot S - k \cdot S;$

$$ds := \frac{\delta \varepsilon p^2 \alpha (\varrho \alpha \beta \mu p + \varrho \alpha \mu \sigma \epsilon + \varrho b \epsilon \mu \sigma - \delta \epsilon k p) \eta \beta}{(\alpha \beta p + \alpha \sigma \epsilon + b \varepsilon \sigma)^2 (\alpha \phi \epsilon + \alpha \rho \tau + b \varepsilon \phi + \varepsilon \omega \rho) \theta} - \frac{\delta \varepsilon p (\varrho \alpha \beta \mu p + \varrho \alpha \mu \sigma \epsilon + \varrho b \epsilon \mu \sigma - \delta \epsilon k p) \eta (\alpha \epsilon + b \varepsilon) \sigma}{(\alpha \beta p + \alpha \sigma \epsilon + b \varepsilon \sigma)^2 (\alpha \phi \epsilon + \alpha \rho \tau + b \varepsilon \phi + \varepsilon \omega \rho) \theta} \\ + \frac{(\varrho \alpha \beta \mu p + \varrho \alpha \mu \sigma \epsilon + \varrho b \epsilon \mu \sigma - \delta \epsilon k p) \gamma}{(\alpha \beta p + \alpha \sigma \epsilon + b \varepsilon \sigma) \theta} - \frac{\delta \epsilon p k}{\alpha \beta p + \alpha \sigma \epsilon + b \varepsilon \sigma} + \pi \quad (26)$$

```
> fixpoint := solve({dS}, {Q});
```

$$\text{fixpoint} := \left\{ Q = \left(-\pi \alpha^2 \beta \phi \theta \epsilon - \pi \alpha^2 \beta \rho^2 \tau \theta - \pi \alpha^2 \phi \sigma \theta \epsilon^2 - \pi \alpha^2 \rho \sigma \tau \theta \epsilon + \alpha \gamma \delta \epsilon k \phi \rho \epsilon + \alpha \gamma \delta \epsilon k \rho^2 \tau - \alpha \pi b \epsilon \phi \rho \theta - 2 \alpha \pi b \epsilon \phi \sigma \theta \epsilon - \alpha \pi b \epsilon \rho \sigma \tau \theta - \alpha \pi b \epsilon \omega \rho^2 \theta - \alpha \pi \epsilon \omega \rho \sigma \theta \epsilon + \alpha \delta \epsilon k \phi \rho \theta \epsilon + \alpha \delta \epsilon k \rho^2 \tau \theta + \gamma \delta \epsilon^2 k \phi \rho + \gamma \delta \epsilon^2 k \omega \rho^2 - \pi b^2 \epsilon^2 \phi \sigma \theta - \pi b^2 \epsilon^2 \omega \rho \sigma \theta + b \delta \epsilon^2 k \phi \rho \theta - \delta^2 \epsilon^2 \eta k \rho^2 + \delta \epsilon^2 k \omega \rho^2 \theta \right) / \left((\alpha^2 \beta \gamma \phi \rho \epsilon + \alpha^2 \beta \gamma \rho^2 \tau + \alpha^2 \gamma \phi \sigma \epsilon^2 + \alpha^2 \gamma \rho \sigma \tau \epsilon + \alpha b \beta \epsilon \gamma \phi \rho + 2 \alpha b \epsilon \gamma \phi \sigma \epsilon + \alpha b \epsilon \gamma \rho \sigma \tau - \alpha \beta \delta \epsilon \eta \rho^2 + \alpha \beta \epsilon \gamma \omega \rho^2 - \alpha \delta \epsilon \eta \rho \sigma \epsilon + \alpha \epsilon \gamma \omega \rho \sigma \epsilon + b^2 \epsilon^2 \gamma \phi \sigma - b \delta \epsilon^2 \eta \rho \sigma + b \epsilon^2 \gamma \omega \rho \sigma) \mu \right) \right\}$$

```

> restart :with(plots) :with(DEtools) :with(linalg) :unprotect(γ) :DFE:
> S := 
$$\frac{\delta \epsilon \rho}{\alpha \beta \rho + \alpha \sigma \epsilon + b \epsilon \sigma}$$


$$S := \frac{\delta \epsilon \rho}{\alpha \beta \rho + \alpha \sigma \epsilon + b \epsilon \sigma} \quad (28)$$


```

$$\begin{aligned}
Q &= (-\pi\alpha^2\beta\phi\theta\epsilon - \pi\alpha^2\beta\rho^2\tau\theta - \pi\alpha^2\phi\sigma\theta\epsilon^2 - \pi\alpha^2\rho\sigma\tau\theta\epsilon + \alpha\gamma\delta\epsilon k\phi\epsilon + \alpha\gamma\delta\epsilon k\rho^2\tau - \alpha\pi b\beta\epsilon\phi\theta\theta - 2\alpha\pi b\epsilon\phi\theta\epsilon\theta - \alpha\pi b\epsilon\sigma\theta\theta \\
&\quad - \alpha\pi b\epsilon\omega\rho^2\theta - \alpha\pi\epsilon\omega\rho\sigma\theta\epsilon + \alpha\delta\epsilon k\phi\theta\epsilon + \alpha\delta\epsilon k\rho^2\tau\theta + \gamma b\delta\epsilon^2k\phi\theta + \gamma\delta\epsilon^2k\omega\rho^2 - \pi b^2\epsilon^2\phi\sigma\theta - \pi b^2\epsilon^2\omega\rho\sigma\theta + b\delta\epsilon^2k\phi\theta \\
&\quad - \delta^2\epsilon^2\eta k\rho^2 + \delta^2\epsilon^2k\omega\rho^2\theta) / ((\alpha^2\beta\gamma\phi\theta\epsilon + \alpha^2\beta\gamma\rho^2\tau + \alpha^2\gamma\phi\sigma\epsilon^2 + \alpha^2\gamma\rho\sigma\theta\epsilon + \alpha b\beta\epsilon\gamma\phi\theta + 2\alpha b\epsilon\gamma\phi\sigma\epsilon + \alpha b\epsilon\gamma\rho\sigma\theta - \alpha\beta\delta\epsilon\eta\rho^2 \\
&\quad + \alpha b\epsilon\gamma\omega\rho^2 - \alpha\delta\epsilon\eta\rho\sigma\epsilon + \alpha\epsilon\gamma\omega\rho\sigma\epsilon + b^2\epsilon^2\gamma\phi\sigma - b\delta\epsilon^2\eta\rho\sigma + b\epsilon^2\gamma\omega\rho\sigma) \mu) \\
Q &= (-\pi\alpha^2\beta\phi\theta\epsilon - \pi\alpha^2\beta\rho^2\tau\theta - \pi\alpha^2\phi\sigma\theta\epsilon^2 - \pi\alpha^2\rho\sigma\tau\theta\epsilon + \alpha\gamma\delta\epsilon k\phi\epsilon + \alpha\gamma\delta\epsilon k\rho^2\tau - \alpha\pi b\beta\epsilon\phi\theta\theta - 2\alpha\pi b\epsilon\phi\theta\epsilon\theta - \alpha\pi b\epsilon\sigma\theta\theta \\
&\quad - \alpha\pi b\epsilon\omega\rho^2\theta - \alpha\pi\epsilon\omega\rho\sigma\theta\epsilon + \alpha\delta\epsilon k\phi\theta\epsilon + \alpha\delta\epsilon k\rho^2\tau\theta + \gamma b\delta\epsilon^2k\phi\theta + \gamma\delta\epsilon^2k\omega\rho^2 - \pi b^2\epsilon^2\phi\sigma\theta - \pi b^2\epsilon^2\omega\rho\sigma\theta + b\delta\epsilon^2k\phi\theta \\
&\quad - \delta^2\epsilon^2\eta k\rho^2 + \delta^2\epsilon^2k\omega\rho^2\theta) / ((\alpha^2\beta\gamma\phi\theta\epsilon + \alpha^2\beta\gamma\rho^2\tau + \alpha^2\gamma\phi\sigma\epsilon^2 + \alpha^2\gamma\rho\sigma\theta\epsilon + \alpha b\beta\epsilon\gamma\phi\theta + 2\alpha b\epsilon\gamma\phi\sigma\epsilon + \alpha b\epsilon\gamma\rho\sigma\theta - \alpha\beta\delta\epsilon\eta\rho^2 \\
&\quad + \alpha b\epsilon\gamma\omega\rho^2 - \alpha\delta\epsilon\eta\rho\sigma\epsilon + \alpha\epsilon\gamma\omega\rho\sigma\epsilon + b^2\epsilon^2\gamma\phi\sigma - b\delta\epsilon^2\eta\rho\sigma + b\epsilon^2\gamma\omega\rho\sigma) \mu)
\end{aligned} \tag{29}$$

$$E := \frac{(\varrho\alpha\beta\mu\rho + \varrho\alpha\mu\sigma\epsilon + \varrho b\epsilon\mu\sigma - \delta\epsilon k\rho)\epsilon\omega\eta}{(\alpha\beta\rho + \alpha\sigma\epsilon + b\epsilon\sigma)(\alpha\phi\epsilon + \alpha\rho\tau + b\epsilon\phi + \epsilon\omega\rho)\theta} \\ E := \frac{1}{(\epsilon - \alpha - \beta - \gamma - \delta - \tau) (\epsilon - \alpha - \beta - \gamma - \delta - \tau + \phi) (\epsilon - \alpha - \beta - \gamma - \delta - \tau + \phi + \omega)} \left[\left((-\pi\alpha^2\beta\phi\rho\theta\epsilon - \pi\alpha^2\beta\rho^2\tau\theta - \pi\alpha^2\phi\sigma\theta\epsilon^2 - \pi\alpha^2\rho\sigma\tau\theta\epsilon + \alpha\gamma\delta\epsilon k\rho\epsilon) \right. \right. \\ \left. \left. + (\alpha\beta\phi\epsilon\omega\rho - \alpha\beta\phi\epsilon\omega\rho + \alpha\beta\phi\epsilon\omega\rho - \alpha\beta\phi\epsilon\omega\rho + \alpha\beta\phi\epsilon\omega\rho - \alpha\beta\phi\epsilon\omega\rho) \right) \right] \quad (30)$$

$$+ \alpha \gamma \delta c k^2 \tau - \alpha \pi b \delta c \phi \sigma \theta - 2 \alpha \pi b \delta \phi \sigma \theta + \alpha \pi b \phi \sigma \tau \theta - \alpha \pi b \phi \phi c^2 \theta - \alpha \pi \phi \phi \sigma \tau \theta + \alpha \delta c k \phi \phi \theta + \alpha \delta c k \tau^2 \tau \theta + \alpha \delta c k^2 \theta + \alpha \delta c k^2 \tau \theta + \alpha \delta c k^2 \phi \theta$$

$$+ \sqrt{8} \beta^2 k \cos^2 \phi = -k^2 \beta^2 \sin^2 \phi + k^2 \sin^2 k \cos^2 \phi + k^2 \sin^2 k \cos^2 \phi + \frac{-8 \beta^2 \sin^2 k \cos^2 \phi + 8 \beta^2 k \cos^2 \phi + 8 \beta^2 \phi}{\left(-k^2 \beta^2 \sin^2 \phi + k^2 \sin^2 k \cos^2 \phi + k^2 \sin^2 k \cos^2 \phi + k^2 \sin^2 \phi \right)}.$$

$$+ \alpha_8 \text{Bx} \text{ox} + 2 \alpha_9 \text{Bx} \text{ox} \pi + \alpha_9 \text{Bx} \text{ox} \pi^2 + \alpha_8 \text{Bx} \text{ox} \pi^2 - \alpha_9 \text{Bx} \text{ox} \pi + \alpha_9 \text{Bx} \text{ox} \pi + \alpha_2^2 \text{Bx} \text{ox} \pi - \alpha_2^2 \text{Bx} \text{ox} \pi + \alpha_2^2 \text{Bx} \text{ox} \pi)$$

$$+ \alpha \beta s x w \sigma^2 - \alpha \delta s n o \sigma \epsilon + \alpha s y m o \sigma \epsilon + b^2 s^2 y h \sigma - b \delta s^2 n o \sigma + b h^2 y m o \sigma) + ((-\pi \alpha^2 B o \sigma \theta \epsilon - \pi \alpha^2 B s^2 \tau \theta - \pi \alpha^2 \phi \sigma \theta \epsilon^2$$

$$-\pi\alpha' \rho \sigma \tau \theta + \alpha \gamma \delta e k \phi \rho + \alpha \gamma \delta e k \rho^{-1} - \alpha \pi b \beta e \phi \rho \theta - 2 \alpha \pi b \epsilon \phi \sigma \theta \epsilon - \alpha \pi b \epsilon \rho \sigma \tau \theta - \alpha \pi b \epsilon \rho \theta - \alpha \pi \epsilon \omega \rho \sigma \theta \epsilon + \alpha \delta e k \phi \theta \epsilon$$

$$\begin{aligned}
& -\pi b \epsilon^2 \omega \rho \sigma \theta + b \delta \epsilon^2 k \phi \rho \theta - \delta^2 \epsilon^2 \eta k \rho^2 + \delta \epsilon^2 k \omega \rho^2 \theta) \alpha \beta \rho \Big) / (\alpha^2 \beta \gamma \phi \rho \epsilon + \alpha^2 \beta \gamma \rho^2 \tau + \alpha^2 \gamma \phi \sigma \epsilon^2 + \alpha^2 \gamma \rho \sigma \tau \epsilon + \alpha b \beta \epsilon \gamma \phi \rho \\
& + 2 \alpha b \epsilon \gamma \phi \sigma \epsilon + \alpha b \epsilon \gamma \rho \sigma \tau - \alpha \beta \delta \epsilon \eta \rho^2 + \alpha \beta \epsilon \gamma \omega \rho^2 - \alpha \delta \epsilon \eta \rho \sigma \epsilon + \alpha \epsilon \gamma \omega \rho \sigma \epsilon + b^2 \epsilon^2 \gamma \phi \sigma - b \delta \epsilon^2 \eta \rho \sigma + b \epsilon^2 \gamma \omega \rho \sigma) + \Big(\\
& -\pi \alpha^2 \beta \phi \rho \theta \epsilon - \pi \alpha^2 \beta \rho^2 \tau \theta - \pi \alpha^2 \phi \sigma \theta \epsilon^2 - \pi \alpha^2 \rho \sigma \tau \theta \epsilon + \alpha \gamma \delta \epsilon k \phi \rho \epsilon + \alpha \gamma \delta \epsilon k \rho^2 \tau - \alpha \pi b \beta \epsilon \phi \rho \theta - 2 \alpha \pi b \epsilon \phi \sigma \theta \epsilon - \alpha \pi b \epsilon \rho \sigma \tau \theta \\
& - \alpha \pi \beta \epsilon \omega \rho^2 \theta - \alpha \pi \epsilon \omega \rho \sigma \theta \epsilon + \alpha \delta \epsilon k \phi \rho \theta \epsilon + \alpha \delta \epsilon k \rho^2 \tau \theta + \gamma b \delta \epsilon^2 k \phi \rho + \gamma \delta \epsilon^2 k \omega \rho^2 - \pi b^2 \epsilon^2 \phi \sigma \theta - \pi b \epsilon^2 \omega \rho \sigma \theta + b \delta \epsilon^2 k \phi \rho \theta \\
& - \delta^2 \epsilon^2 \eta k \rho^2 + \delta \epsilon^2 k \omega \rho^2 \theta) \alpha \sigma \epsilon \Big) / (\alpha^2 \beta \gamma \phi \rho \epsilon + \alpha^2 \beta \gamma \rho^2 \tau + \alpha^2 \gamma \phi \sigma \epsilon^2 + \alpha^2 \gamma \rho \sigma \tau \epsilon + \alpha b \beta \epsilon \gamma \phi \rho + 2 \alpha b \epsilon \gamma \phi \sigma \epsilon + \alpha b \epsilon \gamma \rho \sigma \tau - \alpha \beta \delta \epsilon \eta \rho^2 \\
& + \alpha \beta \epsilon \gamma \omega \rho^2 - \alpha \delta \epsilon \eta \rho \sigma \epsilon + \alpha \epsilon \gamma \omega \rho \sigma \epsilon + b^2 \epsilon^2 \gamma \phi \sigma - b \delta \epsilon^2 \eta \rho \sigma + b \epsilon^2 \gamma \omega \rho \sigma) + \Big(-\pi \alpha^2 \beta \phi \rho \theta \epsilon - \pi \alpha^2 \beta \rho^2 \tau \theta - \pi \alpha^2 \phi \sigma \theta \epsilon \\
& - \pi \alpha^2 \rho \sigma \tau \theta \epsilon + \alpha \gamma \delta \epsilon k \phi \rho \epsilon + \alpha \gamma \delta \epsilon k \rho^2 \tau - \alpha \pi b \beta \epsilon \phi \rho \theta - 2 \alpha \pi b \epsilon \phi \sigma \theta \epsilon - \alpha \pi b \epsilon \rho \sigma \tau \theta - \alpha \pi \beta \epsilon \omega \rho^2 \theta - \alpha \pi \epsilon \omega \rho \sigma \theta \epsilon + \alpha \delta \epsilon k \phi \rho \theta \epsilon \\
& + \alpha \delta \epsilon k \rho^2 \tau \theta + \gamma b \delta \epsilon^2 k \phi \rho + \gamma \delta \epsilon^2 k \omega \rho^2 - \pi b^2 \epsilon^2 \phi \sigma \theta - \pi b \epsilon^2 \omega \rho \sigma \theta + b \delta \epsilon^2 k \phi \rho \theta - \delta^2 \epsilon^2 \eta k \rho^2 + \delta \epsilon^2 k \omega \rho^2 \theta) b \epsilon \sigma \Big) / (\alpha^2 \beta \gamma \phi \rho \epsilon \\
& + \alpha^2 \beta \gamma \rho^2 \tau + \alpha^2 \gamma \phi \sigma \epsilon^2 + \alpha^2 \gamma \rho \sigma \tau \epsilon + \alpha b \beta \epsilon \gamma \phi \rho + 2 \alpha b \epsilon \gamma \phi \sigma \epsilon + \alpha b \epsilon \gamma \rho \sigma \tau - \alpha \beta \delta \epsilon \eta \rho^2 + \alpha \beta \epsilon \gamma \omega \rho^2 - \alpha \delta \epsilon \eta \rho \sigma \epsilon + \alpha \epsilon \gamma \omega \rho \sigma \epsilon \\
& + b^2 \epsilon^2 \gamma \phi \sigma - b \delta \epsilon^2 \eta \rho \sigma + b \epsilon^2 \gamma \omega \rho \sigma) - \delta \epsilon k \rho
\end{aligned}$$

restart : with(plots) : with(DEtools) : with(linalg) : unprotect(gamma) : gamma := 'gamma': with(VectorCalculus) :local Pi:

$$B := \left(\text{Matrix}\left(6, 6, \left[\begin{array}{c} \left[-k - \mu - \lambda, 0, -\frac{\beta_1 \cdot \sigma_1 \cdot \pi}{k + \mu}, -\frac{\beta_2 \cdot \sigma_2 \cdot \pi}{k + \mu}, \gamma \eta, 0 \right], \left[0, -(\delta_1) - (\delta_2) - \mu - \lambda, \frac{\beta_1 \cdot \sigma_1 \cdot \pi}{k + \mu}, \frac{\beta_2 \cdot \sigma_2 \cdot \pi}{k + \mu}, 0, 0 \right], \left[0, (\alpha_1 \cdot \delta_1), -\epsilon - \epsilon_1 - \rho - \mu - \lambda, 0, 0, 0 \right] \\ \left[0, (\alpha_2 \cdot \delta_2), \epsilon - \epsilon_2 - \rho - \mu - \lambda, 0, 0, 0 \right], \left[0, (1 - \alpha_1) \cdot \delta_1 + (1 - \alpha_2) \cdot \delta_2, \epsilon_1, \epsilon_2, -\eta - \mu - \lambda, 0, 0 \right], \left[k, 0, 0, 0, (1 - \gamma) \cdot \eta, -\mu - \lambda \right] \end{array} \right] \right) \right);$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} -k - \mu - \lambda & 0 & -\frac{\beta_1 \cdot \sigma_1 \cdot \pi}{k + \mu} & -\frac{\beta_2 \cdot \sigma_2 \cdot \pi}{k + \mu} & \gamma \eta & 0 \\ 0 & -\delta_1 - \delta_2 - \mu - \lambda & \frac{\beta_1 \cdot \sigma_1 \cdot \pi}{k + \mu} & \frac{\beta_2 \cdot \sigma_2 \cdot \pi}{k + \mu} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 \delta_1 & -\epsilon - \epsilon_1 - \rho - \mu - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \delta_2 & \epsilon & -\epsilon_2 - \rho - \mu - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \alpha_1) \delta_1 + (1 - \alpha_2) \delta_2 & \epsilon_1 & \epsilon_2 & -\eta - \mu - \lambda & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & (1 - \gamma) \eta & -\mu - \lambda \end{array} \right]$$

$$\pi := 0.5 : \mu := 0.25 : \beta_1 := 0.6 : \beta_2 := 0.58 : \sigma_1 := 0.5 : \sigma_2 := 0.22 : \alpha_1 := 0.7 : \alpha_2 := 0.242 : \rho := 0.01 : \delta_1 := 0.25 : \delta_2 := 0.21 : \epsilon := 0.688 : \epsilon_1 := 0.7 : \epsilon_2 := 0.001 : k := 0.01 : \gamma := 0.35 : \eta := 0.4 :$$

$$B = \left[\begin{array}{cccccc} -0.26 - \lambda & 0 & -0.5769230769 & -0.2453846154 & 0.140 & 0 \\ 0 & -0.71 - \lambda & 0.5769230769 & 0.2453846154 & 0 & 0 \\ 0 & 0.175 & -1.648 - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05082 & 0.688 & -0.261 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0.23418 & 0.7 & 0.001 & -0.65 - \lambda & 0 \\ 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0.260 & -0.25 - \lambda \end{array} \right] \quad (2)$$

$C := \det(B);$

$$0.999998750 \lambda^6 + 3.779002050 \lambda^5 + 5.106613425 \lambda^4 + 3.24928315 \lambda^3 + 1.03916490 \lambda^2 + 0.16144251 \lambda + 0.009672897328 \quad (3)$$

$$E := \text{expand}(C) \quad 0.999998750 \lambda^6 + 3.779002050 \lambda^5 + 5.106613425 \lambda^4 + 3.24928315 \lambda^3 + 1.03916490 \lambda^2 + 0.16144251 \lambda + 0.009672897328 \quad (4)$$

⋮

$$B := \left(\text{Matrix}\left(6, 6, \left[\begin{array}{c} \left[-\beta_1 \cdot \sigma_1 - \beta_2 \cdot \sigma_2 - k - \mu - \lambda, 0, -\frac{\beta_1 \cdot \sigma_1 \cdot \pi}{k + \mu}, -\frac{\beta_2 \cdot \sigma_2 \cdot \pi}{k + \mu}, \gamma \eta, 0 \right], \left[-\beta_1 \cdot \sigma_1 - \beta_2 \cdot \sigma_2, -(\delta_1) - (\delta_2) - \mu - \lambda, \frac{\beta_1 \cdot \sigma_1 \cdot \pi}{k + \mu}, \frac{\beta_2 \cdot \sigma_2 \cdot \pi}{k + \mu}, 0, 0 \right], \left[0, (\alpha_1 \cdot \delta_1), \epsilon - \epsilon_1 - \rho - \mu - \lambda, 0, 0, 0 \right] \\ \left[0, (\alpha_2 \cdot \delta_2), \epsilon - \epsilon_2 - \rho - \mu - \lambda, 0, 0, 0 \right], \left[0, (1 - \alpha_1) \cdot \delta_1 + (1 - \alpha_2) \cdot \delta_2, \epsilon_1, \epsilon_2, -\eta - \mu - \lambda, 0, 0 \right], \left[k, 0, 0, 0, (1 - \gamma) \cdot \eta, -\mu - \lambda \right] \end{array} \right] \right) \right);$$

$$\left[\begin{array}{cccccc} -\beta_1 \cdot \sigma_1 - \beta_2 \cdot \sigma_2 - k - \mu - \lambda & 0 & -\frac{\beta_1 \cdot \sigma_1 \cdot \pi}{k + \mu} & -\frac{\beta_2 \cdot \sigma_2 \cdot \pi}{k + \mu} & \gamma \eta & 0 \\ -\beta_1 \cdot \sigma_1 - \beta_2 \cdot \sigma_2 & -\delta_1 - \delta_2 - \mu - \lambda & \frac{\beta_1 \cdot \sigma_1 \cdot \pi}{k + \mu} & \frac{\beta_2 \cdot \sigma_2 \cdot \pi}{k + \mu} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_1 \delta_1 & -\epsilon - \epsilon_1 - \rho - \mu - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_2 \delta_2 & \epsilon & -\epsilon_2 - \rho - \mu - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & (1 - \alpha_1) \delta_1 + (1 - \alpha_2) \delta_2 & \epsilon_1 & \epsilon_2 & -\eta - \mu - \lambda & 0 \\ k & 0 & 0 & 0 & (1 - \gamma) \eta & -\mu - \lambda \end{array} \right]$$

$$\pi := 0.5 : \mu := 0.25 : \beta_1 := 0.6 : \beta_2 := 0.58 : \sigma_1 := 0.5 : \sigma_2 := 0.22 : \alpha_1 := 0.7 : \alpha_2 := 0.242 : \rho := 0.01 : \delta_1 := 0.25 : \delta_2 := 0.21 : \epsilon := 0.688 : \epsilon_1 := 0.7 : \epsilon_2 := 0.001 : k := 0.01 : \gamma := 0.35 : \eta := 0.4 :$$

B

$$\begin{bmatrix} -\lambda - 0.6876 & 0 & -0.5769230769 & -0.2453846154 & 0.140 & 0 \\ -0.4276 & -0.71 - \lambda & 0.5769230769 & 0.2453846154 & 0 & 0 \\ 0 & 0.175 & -1.648 - \lambda & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05082 & 0.688 & -0.261 - \lambda & 0 & 0 \\ 0 & 0.23418 & 0.7 & 0.001 & -0.65 - \lambda & 0 \\ 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0.260 & -0.25 - \lambda \end{bmatrix} \quad (2)$$

$C := \det(B);$

$$1.000000167 \lambda^6 + 4.206597168 \lambda^5 + 6.611368055 \lambda^4 + 5.00707815 \lambda^3 + 1.92389846 \lambda^2 + 0.34486476 \lambda + 0.02225824523 \quad (3)$$

$E := \text{expand}(C);$

$$1.000000167 \lambda^6 + 4.206597168 \lambda^5 + 6.611368055 \lambda^4 + 5.00707815 \lambda^3 + 1.92389846 \lambda^2 + 0.34486476 \lambda + 0.02225824523 \quad (4)$$

$\text{restart}; \text{with}(\text{plots}); \text{with}(\text{DEtools}); \text{with}(\text{linalg});$

$$1.000000167 \lambda^6 + 4.206597168 \lambda^5 + 6.611368055 \lambda^4 + 5.00707815 \lambda^3 + 1.92389846 \lambda^2 + 0.34486476 \lambda + 0.02225824523$$

$$1.000000167 \lambda^6 + 4.206597168 \lambda^5 + 6.611368055 \lambda^4 + 5.00707815 \lambda^3 + 1.92389846 \lambda^2 + 0.34486476 \lambda + 0.02225824523 \quad (1)$$

$a0 := 1.000000167;$

$a1 := 4.206597168;$

$a2 := 6.611368055;$

$a3 := 5.00707815;$

$a4 := 1.92389846;$

$a5 := 0.34486476;$

$a6 := 0.02225824523$

0.02225824523 (2)

$b1 := \frac{a1 \cdot a2 - a0 \cdot a3}{a1};$

5.421076048 (3)

$b2 := \frac{a1 \cdot a4 - a0 \cdot a5}{a1};$

1.841916562 (4)

$b3 := \frac{a1 \cdot a5 - a0 \cdot a6}{a1};$

$b4 := 0;$

0.3395734882 (5)

$c1 := \frac{b1 \cdot a3 - a1 \cdot b2}{b1};$

3.577804530 (6)

$c2 := \frac{b1 \cdot a5 - a1 \cdot b3}{b1};$

$c3 := \frac{b1 \cdot a6 - a1 \cdot b4}{b1};$

$c4 := 0;$

0.08136562042

0.02225824523

0 (7)

$d1 := \frac{c1 \cdot b2 - b1 \cdot c2}{c1};$

1.718631678 (8)

$d2 := \frac{c1 \cdot b3 - b1 \cdot c3}{c1};$

$d3 := \frac{c1 \cdot b4 - b1 \cdot c4}{c1};$

0.3058478782 (9)

$e1 := \frac{d1 \cdot c2 - c1 \cdot d2}{d1};$

$e2 := \frac{d1 \cdot c3 - c1 \cdot d3}{d1};$

$f1 := \frac{e1 \cdot d2 - d1 \cdot e2}{e1};$

-0.5553408583

0.02225824523

0.3747312042 (10)

> BILANGAN REPRODUKSI DASAR

BILANGAN REPRODUKSI DASAR

(8)

> A := Matrix(jacobian([dE, dX, dY], [E, X, Y]));

$$A := \begin{bmatrix} -\mu - \delta_1 - \delta_2 & S\beta_1\sigma_1 + S\beta_2\sigma_2 & 0 \\ \alpha_1\delta_1 & -\mu - \rho - \epsilon - \varepsilon_1 & 0 \\ \alpha_2\delta_2 & \epsilon & -\mu - \rho - \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

> JacA := subs(DFE, A);

$$JacA := \begin{bmatrix} -\mu - \delta_1 - \delta_2 & \frac{\pi\beta_1\sigma_1}{k+\mu} + \frac{\pi\beta_2\sigma_2}{k+\mu} & 0 \\ \alpha_1\delta_1 & -\mu - \rho - \epsilon - \varepsilon_1 & 0 \\ \alpha_2\delta_2 & \epsilon & -\mu - \rho - \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\triangleright F := \begin{bmatrix} 0 & \frac{\beta_1 \cdot \sigma_1 \cdot \pi}{k+\mu} & \frac{\beta_2 \cdot \sigma_2 \cdot \pi}{k+\mu} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$F := \begin{bmatrix} 0 & \frac{\pi\beta_1\sigma_1}{k+\mu} & \frac{\pi\beta_2\sigma_2}{k+\mu} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\triangleright V := \begin{bmatrix} -(\delta_1) - (\delta_2) - \mu & 0 & 0 \\ (\alpha_1\delta_1) & -\epsilon - \varepsilon_1 - \rho - \mu & 0 \\ (\alpha_2\delta_2) & \epsilon & -\varepsilon_2 - \rho - \mu \end{bmatrix};$$

$$V := \begin{bmatrix} -\mu - \delta_1 - \delta_2 & 0 & 0 \\ \alpha_1\delta_1 & -\mu - \rho - \epsilon - \varepsilon_1 & 0 \\ \alpha_2\delta_2 & \epsilon & -\mu - \rho - \varepsilon_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

> VI := inverse(V);

$$VI := \begin{bmatrix} -\frac{1}{\mu + \delta_1 + \delta_2} & 0 & 0 \\ -\frac{\alpha_1\delta_1}{(\mu + \delta_1 + \delta_2)(\mu + \rho + \epsilon + \varepsilon_1)} & -\frac{1}{\mu + \rho + \epsilon + \varepsilon_1} & 0 \\ -\frac{\mu\alpha_2\delta_2 + \rho\alpha_2\delta_2 + \epsilon\alpha_1\delta_1 + \epsilon\alpha_2\delta_2 + \alpha_2\delta_2\varepsilon_1}{(\mu + \delta_1 + \delta_2)(\mu + \rho + \epsilon + \varepsilon_1)(\mu + \rho + \varepsilon_2)} & -\frac{\epsilon}{(\mu + \rho + \epsilon + \varepsilon_1)(\mu + \rho + \varepsilon_2)} & -\frac{1}{\mu + \rho + \varepsilon_2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

> a := evalm(F.VI);

$$\begin{aligned} \triangleright a := & \left[-\frac{\pi\beta_1\sigma_1\alpha_1\delta_1}{(k+\mu)(\mu+\delta_1+\delta_2)(\mu+\rho+\epsilon+\varepsilon_1)} - \frac{\pi\beta_2\sigma_2(\mu\alpha_2\delta_2 + \rho\alpha_2\delta_2 + \epsilon\alpha_1\delta_1 + \epsilon\alpha_2\delta_2 + \alpha_2\delta_2\varepsilon_1)}{(k+\mu)(\mu+\delta_1+\delta_2)(\mu+\rho+\epsilon+\varepsilon_1)(\mu+\rho+\varepsilon_2)} - \frac{\pi\beta_1\sigma_1}{(k+\mu)(\mu+\rho+\epsilon+\varepsilon_1)} \right. \\ & \left. - \frac{\pi\beta_2\sigma_2\epsilon}{(k+\mu)(\mu+\rho+\epsilon+\varepsilon_1)(\mu+\rho+\varepsilon_2)} - \frac{\pi\beta_2\sigma_2}{(k+\mu)(\mu+\rho+\varepsilon_2)} \right] \end{aligned} \quad (14)$$

> R0 := linalg['eigenvalues']:

> R0 := factor(eigenvalues(a)[1])

$$R0 := -\frac{\pi(\mu\alpha_1\beta_1\delta_1\sigma_1 + \mu\alpha_2\beta_2\delta_2\sigma_2 + \rho\alpha_1\beta_1\delta_1\sigma_1 + \rho\alpha_2\beta_2\delta_2\sigma_2 + \epsilon\alpha_1\beta_2\delta_1\sigma_2 + \epsilon\alpha_2\beta_2\delta_2\sigma_2 + \alpha_1\beta_1\delta_1\varepsilon_2\sigma_1 + \alpha_2\beta_2\delta_2\varepsilon_1\sigma_2)}{(k+\mu)(\mu+\rho+\varepsilon_2)(\mu+\rho+\epsilon+\varepsilon_1)(\mu+\delta_1+\delta_2)} \quad (15)$$

> unprotect(gamma); gamma := 'gamma'; with(VectorCalculus); local Pi;

Warning, A new binding for the name `Pi` has been created. The global instance of this name is still accessible using the :- prefix, :-`Pi`. See ?protect for details.

> π := 0.5: μ := 0.25: β1 := 0.6: β2 := 0.58: α1 := 0.5: α2 := 0.22: ρ := 0.01: δ1 := 0.25: δ2 := 0.21: ε := 0.688: ε1 := 0.7: ε2 := 0.001: k := 0.01: γ := 0.35: η := 0.4:

$$\triangleright R0 := \frac{\pi(\mu\alpha_1\beta_1\delta_1\sigma_1 + \mu\alpha_2\beta_2\delta_2\sigma_2 + \rho\alpha_1\beta_1\delta_1\sigma_1 + \rho\alpha_2\beta_2\delta_2\sigma_2 + \epsilon\alpha_1\beta_2\delta_1\sigma_2 + \epsilon\alpha_2\beta_2\delta_2\sigma_2 + \alpha_1\beta_1\delta_1\varepsilon_2\sigma_1 + \alpha_2\beta_2\delta_2\varepsilon_1\sigma_2)}{(k+\mu)(\mu+\rho+\varepsilon_2)(\mu+\rho+\epsilon+\varepsilon_1)(\mu+\delta_1+\delta_2)},$$

$$R0 := 0.2503236655 \quad (16)$$

Lampiran 2 Script MAPLE Simulasi Modifikasi Model Matematika dan Model Rujukan

Script Modifikasi Model Matematika Kecanduan Media Sosial

```

1 function dxdt=bismillah(t,x)
2 dxdt=zeros(6,1);
3 pi=0.5;
4 mu=0.25;
5 beta_1=0.6;
6 beta_2=0.58;
7 sigma_1=0.5;
8 sigma_2=0.22;
9 alpha_1=0.7;
10 alpha_2=0.242;
11 rho=0.01;
12 delta_1=0.25;
13 delta_2=0.21;
14 epsilon=0.688;
15 varepsilon_1=0.7;
16 varepsilon_2=0.001;
17 k=0.01;
18 gamma=0.35;
19 eta=0.4;
20
21 S=x(1);
22 E=x(2);
23 X=x(3);
24 Y=x(4);
25 R=x(5);
26 Q=x(6);
27
28 dxdt_1=pi+gamma*eta*R-beta_1*sigma_1*X*S-beta_2*sigma_2*Y*S-k*S-mu*S;
29 dxdt_2=beta_1*sigma_1*X*S+beta_2*sigma_2*Y*S-delta_1*E-delta_2*E-mu*E;
30 dxdt_3=(alpha_1*delta_1)*E-epsilon*X-varepsilon_1*X-rho*X-mu*X;
31 dxdt_4=(alpha_2*delta_2)*E+epsilon*X-varepsilon_2*Y-rho*Y-mu*Y;
32 dxdt_5=[(1-alpha_1)*delta_1+(1-alpha_2)*delta_2]*E+varepsilon_1*X+varepsilon_2*Y-eta*R-mu*R;
33 dxdt_6=k*S+(1-gamma)*eta*R-mu*Q;
34
35 dxdt=[dxdt_1;dxdt_2;dxdt_3;dxdt_4;dxdt_5;dxdt_6];
36 end

```

```
1 clc;clear all;close all;
2 tic;
3 initial_S=100;
4 initial_E=10;
5 initial_X=50;
6 initial_Y=50;
7 initial_R=0;
8 initial_Q=10;
9
10 [t,y]=ode45(@bismillah,[0 ],[initial_S;initial_E;initial_X;initial_Y;initial_R;initial_Q]);
11 toc;
12 figure(1)
13 plot(t, y(:, 1),'b','LineWidth',1.5);
14 title('Populasi Susceptible','FontSize',15);
15 xlabel('waktu (tahun)','FontSize',15);
16 ylabel('S','FontSize',15);
17 grid on
18
19 figure(2)
20 plot(t, y(:, 2),'b','LineWidth',1.5);
21 title('Populasi Exposed','FontSize',15);
22 xlabel('waktu (tahun)','FontSize',15);
23 ylabel('E','FontSize',15);
24 grid on
25
26 figure(3)
27 plot(t, y(:, 3),'b','LineWidth',1.5);
28 title('Populasi Addicted_1','FontSize',15);
29 xlabel('waktu (tahun)','FontSize',15);
30 ylabel('X','FontSize',15);
31 grid on
32
33 figure(4)
34 plot(t, y(:, 4),'b','LineWidth',1.5);
35 title('Populasi Addicted_2','FontSize',15);
36 xlabel('waktu (tahun)','FontSize',15);
37 ylabel('Y','FontSize',15);
38 grid on
39
40 figure(5)
41 plot(t, y(:, 5),'b','LineWidth',1.5);
42 title('Populasi Recovery','FontSize',15);
43 xlabel('waktu (tahun)','FontSize',15);
44 ylabel('R','FontSize',15);
45 grid on
46
47 figure(6)
48 plot(t, y(:, 6),'b','LineWidth',1.5);
49 title('Populasi Quit','FontSize',15);
50 xlabel('waktu (tahun)','FontSize',15);
51 ylabel('Q','FontSize',15);
52 grid on
```

Script Alemneh & Alemu (2021)

```

1 function dxdt=alemneh(t,x);
2 dxdt=zeros(5,1);
3 pi=0.5;
4 mu=0.25;
5 beta=0.6;
6 sigma=0.5;
7 alpha=0.7;
8 rho=0.01;
9 delta=0.25;
10 epsilon=0.7;
11 kappa=0.01;
12 gamma=0.35;
13 eta=0.4;
14
15
16 S=x(1);
17 E=x(2);
18 A=x(3);
19 R=x(4);
20 Q=x(5);
21
22 dxdt_1=pi+gamma*eta*R-beta*sigma*A*S-(kappa+mu)*S;
23 dxdt_2=beta*sigma*A*S-(delta+mu)*E;
24 dxdt_3=alpha*delta*E-(mu+epsilon+rho)*A;
25 dxdt_4=(1-alpha)*delta*E+epsilon*A-(mu+eta)*R;
26 dxdt_5=kappa*S+(1-gamma)*eta*R-mu*Q;
27
28 dxdt=[dxdt_1;dxdt_2;dxdt_3;dxdt_4;dxdt_5];
29 end

```

```
1 clc;clear all;close all;
2 tic;
3 initial_S=100;
4 initial_E=10;
5 initial_A=50;
6 initial_R=0;
7 initial_Q=10;
8
9 [t,y]=ode45(@alemneh,[0 5],[initial_S;initial_E;initial_A;initial_R;initial_Q]);
10 toc;
11 figure(1)
12 plot(t, y(:, 1),'b','LineWidth',1.5);
13 title('Populasi Susceptible','FontSize',15);
14 xlabel('waktu (tahun)','FontSize',15);
15 ylabel('S','FontSize',15);
16 grid on
17
18 figure(2)
19 plot(t, y(:, 2),'b','LineWidth',1.5);
20 title('Populasi Exposed','FontSize',15);
21 xlabel('waktu (tahun)','FontSize',15);
22 ylabel('E','FontSize',15);
23 grid on
24
25 figure(3)
26 plot(t, y(:, 3),'b','LineWidth',1.5);
27 title('Populasi Addicted','FontSize',15);
28 xlabel('waktu (tahun)','FontSize',15);
29 ylabel('A','FontSize',15);
30 grid on
31
32 figure(4)
33 plot(t, y(:, 4),'b','LineWidth',1.5);
34 title('Populasi Recovery','FontSize',15);
35 xlabel('waktu (tahun)','FontSize',15);
36 ylabel('R','FontSize',15);
37 grid on
38
39 figure(5)
40 plot(t, y(:, 5),'b','LineWidth',1.5);
41 title('Populasi Quit','FontSize',15);
42 xlabel('waktu (tahun)','FontSize',15);
43 ylabel('Q','FontSize',15);
44 grid on
```